Publications of the Institute
for the History of Arabic-Islamic Science

Islamic Mathematics
and
Astronomy
Volume 15

Publications of the
Institute for the History of
Arabic-Islamic Science

Edited by
Fuat Sezgin

ISLAMIC MATHEMATICS AND ASTRONOMY

Volume 15

Codex Leidensis 399,1
Euclidis Elementa
ex interpretatione al-Hadschdschadschii
cum commentariis al-Narizii

Ed.
R.O. Besthorn et J.L. Heiberg,
G. Junge, J. Raeder, W. Thomson

III

1997

Institute for the History of Arabic-Islamic Science
at the Johann Wolfgang Goethe University
Frankfurt am Main

CODEX LEIDENSIS

399,1.

EUCLIDIS ELEMENTA

EX INTERPRETATIONE AL-HADSCHDSCHADSCHII

CUM COMMENTARIIS AL-NARIZII.

ARABICE ET LATINE EDIDERUNT

NOTISQUE INSTRUXERUNT

R. O. BESTHORN ET J. L. HEIBERG.

AD FINEM PERDUXERUNT

G. JUNGE, J. RAEDER, W. THOMSON.

PARS III.

HAUNIAE MCMXXXII

IN LIBRARIA GYLDENDALIANA

G. B. N. F.

TYPIS EXCUDIT J. J. AUGUSTIN GLUECKSTADIENSIS.

Reprint of the Edition Copenhagen 1932

100 copies printed

Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften
Beethovenstrasse 32, D-60325 Frankfurt am Main
Federal Republic of Germany

Printed in Germany by
Strauss Offsetdruck, D-69509 Mörlenbach

بسم الله الرحمن الرحيم

قال اوقليدس يُقال ان الشكل مرسوم فى شكل اذا كانت زوايا الشكل المرسوم داخلًا تماسّ اضلاع الشكل الخارج ويُقال ان الشكل مرسوم خارج الشكل اذا كان كل واحد من اضلاع المرسوم خارجًا يماسّ كل واحدة مِن زوايا الشكل المرسوم داخلًا .·. اذا كان شكل فى شكلٍ فكانت اضلاع الشكل الخارج تماسّ زوايا الشكل الداخل فان الخارج يقال له المحيط بالداخل ع قال ايرن قد يُسالُ قومٌ فى هذا الموضع فيقولون لماذا قدمَ الرياضىُ هذه المقدّمة وانما ذكر فى هذه المقالة اشكالاً تُرسم داخل دائرةٍ واشكالاً تُرسم خارج دائرةٍ وهذه المقدّمة ليس يحتاج اليها فى شى مِن ذلك فنقول فى ذلك انه انما استعمل ذلك الرياضى لتكميل التعليم قال المُفسّرُ يقول ان اوقليدس اراد بهذه المصادرة انّ الاصول التى عليها مَبْنَى امرِ البرهان فى كل الاشكال التى يُعمل بعضُها فى بعض وبعضُها على بعض انما هى ماخوذة مِن الاشكال التى يتضمّنُها هذا الكتاب والتى ذكر مَنها فى هذا الكتاب مِن البسائط هى الاشكال

Liber quartus
libri Euclidis de elementis.

In nomine Dei misericordis miseratoris.

Euclides dixit: Figura in figura descripta dicitur, ubi anguli figurae intrinsecus descriptae latera figurae exterioris tangunt.

Figura uero extra figuram descripta dicitur, ubi singula latera [figurae] extrinsecus descriptae singulos angulos figurae intra descriptae tangunt.

Si figura in figura est, et latera figurae exterioris angulos figurae interioris tangunt, exterior interiorem comprehendere dicitur.

Hero dixit: Sunt, qui de hoc loco quaerentes dicant: Qua de causa geometra has definitiones praemisit, quamquam in hoc libro non commemorat nisi figuras intra circulum descriptas et figuras extra circulum descriptas, et his propositionibus ei in his rebus nihil opus erat? De hac re dicimus, geometrae hoc solum propositum fuisse, ut doctrinam perfectam redderet *).

Commentator[1]) dixit: In hoc postulato id Euclidi propositum fuit, ut hic liber omnia fundamenta comprehenderet, quibus demonstratio in omnibus figuris uel intra se uel circum se descriptis nitatur. Et quas figuras planas in hoc libro com-

---

*) Cfr. Scholia in Elem. IV nr. 4 p. 274,1 sqq.
[1]) Gh. Cr. p. 198: Anaritius.

التى فى هذه المقالة وذكر منها الجنسين المحيطين بجميع انواع البسائط اللذين هما الدائرة والشكل المسطّح المستقيمُ الخطوط وبيّن كيف يعمل بعضها فى بعض وبعضُها على بعضٍ وترك ذكر البرهان على سَائرِ البسائط الجُزيّة المستقيمة الخطوط التى يعمل بعضها فى بعضٍ وبعضُها على[1] بعض اذ قد دلّ بقوله وبيّن المثال فيه فى هذه المقالة واتى بجميع المقدّمات التى يحتاج اليها فى جميع المطالب الهندسيّة فى هذا الكتاب ∴ وايضًا فانّ سائر الاشكال المسطّحة الجُزيّة التى تحتاج الى الاستعانةِ بالمقالة الخامسة والسادسة فانّ بهذه المقالة وبالخامسة والسادسة يتمّ عملُ سائر البسائط بعضها فى بعضٍ وعلى بعضٍ فلذلك جعل المصادرة عامّة ولذلك قال ايرُن انما استعمل ذلك لتكميل التعليم قال اوقليدس حكاهُ ايرنُ والشكل يُقال انه مرسومٌ فى دائرة اذا كان زوايا الشكل المرسوم داخل الدائرة تماسّ محيط الدائرة والشكل يُقال انه مرسوم على دائرة اذا كانت اضلاع الشكل المرسوم خارج الدائرة تُماسّ محيط الدائرة والدائرة يُقال انها مرسومة فى شكل اذا كانت اضلاعُ الشكل المرسوم خارج الدائرة تُماسّ محيط الدائرة والدائرة يقال انها مرسومة على شكل اذا كانت زوايا الشكل المرسوم داخل الدائرة تماسّ محيطَ الدائرة ∴ قال ايرُن فلِأنّ يكون التعليمُ كُلّيًا على ما تقدّم مِن قولنا ذَكَرَ الشكلَ المرسومَ فى الدائرة والشكلَ المرسومَ على الدائرة والدائرةَ المرسومةَ فى الشكل والدائرةَ المرسومةَ على الشكل ولايضاح التعليم ينبغى ان نعلَمَ انّ الاشتراكَ

[1]) In margine additum.

memorauit, eae sunt, quae in hoc libro tractantur, earumque duo genera commemorauit, quae omnes species figurarum planarum comprehendunt, circulum scilicet et figuram planam rectilineam, et demonstrauit, quo modo altera in altera uel circum alteram construatur. In singulis autem figuris planis rectilineis, quae altera intra alteram uel circum alteram construuntur, demonstrationem adferre noluit, quia in hoc libro eas commemorando significauit exemplisque illustrauit. Et omnes adfert definitiones, quae in omnibus quaestionibus geometricis, quae hoc libro tractantur, opus sunt. Quod attinet ad propositiones planas singulas, quae ope librorum quinti et sexti demonstrantur, in hoc libro et quinto*) sextoque constructio omnium figurarum planarum intra se uel circum se descriptarum perficitur; quare postulata uniuersalia praemisit, ideoque Hero dicit: haec ideo tantum adhibuit, ut doctrinam perfectam redderet.

Euclides dixit[1]) — Herone auctore: Figura intra circulum descripta dicitur, ubi anguli figurae intra circulum descriptae ambitum circuli tangunt. Et figura circum circulum descripta dicitur, ubi latera figurae extra circulum descriptae ambitum circuli tangunt. Et circulus intra figuram descriptus dicitur, ubi latera figurae extra circulum descriptae ambitum circuli tangunt. Et circulus circum figuram descriptus dicitur, ubi anguli figurae intra circulum descriptae ambitum circuli tangunt.

Hero dixit: Ut doctrina perfecta esset[2]), sicut in iis, quae antecedunt, diximus, definiuit et figuram in circulo descriptam et figuram circum circulum descriptam et circulum in figura descriptum et circulum circum figuram descriptum. Et ut doctrina plane adpareat, scire debemus, coniunctionem figurae

*) Liber quintus hic commemorandus non erat.
[1]) Apud Gh. Cr. (p. 139) prima sola harum definitionum adfertur.
[2]) Gh. Cr. (l. l.): Ergo non est tota doctrina.

بين الشكل والدائرة ان يُماسّ محيطُ الدائرة زاوية الشكل وضلعَهُ فامّا الدائرة فانه ليس لها لا زاويةٌ ولا اضلاعٌ ∴

الشكل الاول مِن المقالة الرابعة

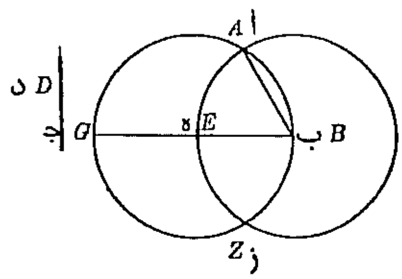
نُريد ان نبيّن كيف نخط فى دائرة معلومة خطا مستقيما مساويًا لخط مستقيم معلوم ليس باعظم مِن قطر الدائرة فلننزل ان الدائرة دائرةُ اب ج والخط المفروض خطُ د ونُريدُ ان نبيّن كيف نخطّ فى دائرة اب ج خطًا مساويًا لخط د فنخرج قطرَ دائرة اب ج وليكن خط ب ج فان كان قطرُ ب ج مساويًا لخط د فقد فعلنا ما اردنا وان كان قطر ب ج اعظم مِن خط د فانّا نفصل مِن الاعظم مثلَ الاصغر كما بيّنا ببرهان ج مِن ا وننزل انه خط ب ه ونجعل نقطة ب مركزًا ونخطّ ببعد ب ه دائرة از فمِن اجل انّ مركز دائرة از علامة ب وقد خرج منها الى المحيط خطا ب ه ب ا فظاهر انّهما متساويان لكن خط ب ه مساو لخط د فخط د اذن مساو لخط اب فقد اوقعنا فى دائرة ب ج خط ب ا مساويًا لخط د 51 u.
وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قال ايُرن هذا الشكل على ما قالهُ الرياضى ولكن ان فُرضت نقطةٌ على محيط دائرة واردنا ان نبيّن كيف نُخرج منها خطًا فى الدائرة مساويًا لخط مّا معلومٍ ليس باعظمَ مِن قطر الدائرة فلتكن النقطة المفروضة نقطة ب مِن دائرة ب ج والخط المفروض خط د ونفصِل ب ه مثل خط د ونخطّ على مركز ب وببعد ب ه دائرة از ونخرج خط ب ا فقد اخرجنا مِن نقطة ب المفروضة خط اب مساويًا لخط د وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

circulique eam esse[1]), ut ambitus circuli angulum uel latus figurae tangat; circulus enim neque angulum neque latera habet[*]).

Propositio I libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulo dato lineam rectam describamus lineae rectae datae aequalem non maiori, quam est diametrus circuli.

Supponamus, circulum esse circulum ABG, et lineam datam esse lineam D. Demonstrare uolumus, quo modo in circulo ABG lineam lineae D aequalem describamus.



Diametrum circuli ABG ducimus, quae sit linea BG. Itaque si diametrus BG lineae D aequalis est, iam fecimus, quod uolumus. Sin diametrus BG linea D maior est, ex I, 3 a maiore minori aequalem abscindimus, supponimusque, eam esse lineam BE. Deinde puncto B centro sumpto radio BE circulum AZ describimus. Quoniam igitur centrum circuli AZ est punctum B, et ab eo ad ambitum duae lineae BE, BA ductae sunt, manifestum est, eas inter se aequales esse. Sed linea BE lineae D aequalis est; quare linea D etiam lineae AB aequalis. Ergo in circulum BG lineam BA lineae D aequalem aptauimus. Q. n. e. d.

Hero dixit: Haec propositio, ut dixit geometra, ita recte se habet. Uerum sit datum punctum in ambitu circuli, et demonstremus, quo modo ab eo lineam lineae alicui datae diametro circuli non maiori aequalem in circulo ducamus. Datum punctum sit punctum B circuli BG et linea data linea D.

[1]) Gh. Cr. (l. l.) male: quod omne, quod est intra figuram et circulum. Sed in cod. Reg. 1268, ut Bjørnbo me docet, legitur pro »omne«: »commune«.

[*]) Cfr. Scholia in Elem. IV nr. 6.

الشكل الثانى مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نرسم فى دائرةٍ مثلثًا مساويةً زواياه لزوايا مثلثٍ معلومٍ فننزل ان الدائرة المعلومة دائرة ابج والمثلث المعلوم مثلث دهز فنريد ان نُبيّن كيف نرسم فى دائرة ابج مثلثا مساويةً زوايا[ه] لزوايا مثلث دهز فنُجيز على دائرة ابج خطًا يماسّ دائرة ابج كما بيّن بالشكل المضاف الى و مِن ج فننزل انه خط حاط وعلامة المماسّة علامةُ آ ونعمل على علامة آ زاوية حاب مساويةً لزاوية دهز كما بُيّن عملها ببرهان لج مِن ا ونعمل ايضًا على نقطة آ زاوية طاج مساويةً لزاوية دزه كما بُيّن عملُها ببرهان لج من ا ونصل بين علامتى بج بخط بج فمِن اجل ان خط حط يماسّ دائرة ابج على نقطة آ وقد خرج مِن حيث يُماسّها خط اب يقطع الدائرة فببرهان لا مِن ا فان عن جنبتى خط اب زاويتين مثل الزاويتين اللتين تقعان فى قطعتى الدائرة المتبادلتين فالزاوية اذن التى تقع فى قطعة اجب مساوية لزاوية حاب لكنّ الزاوية التى تقع فى قطعة اجب هى زاوية اجب فزاوية اجب اذن مساوية لزاوية حاب وكنّا فرضنا زاويةَ حاب مساويةً لزاوية دهز فزاوية اجب اذن مساوية لزاوية دهز وكذلك يتبيّن ان زاوية ابج مثل زاوية طاج وكنّا عملنا زاوية طاج مثل زاوية دزه فزاوية ابج مساوية لزاوية دزه فتبقى اذن زاوية هدز مثل زاوية باج الباقية وذلك لان زوايا المثلث الثلث مساوية لزاويتين قائمتين وذلك بيّنٌ بحسب برهان لب مِن ا فقد عملنا فى دائرة ابج مثلث ابج زواياه مساوية لزوايا مثلث دهز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وامّا على

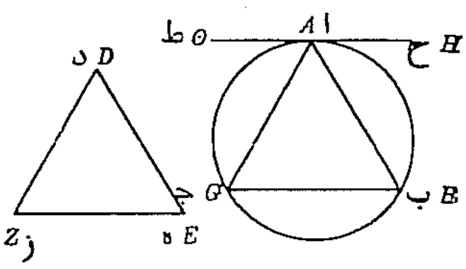
[Lineam] BE lineae D aequalem abscindimus, et centro B, radio autem BE circulum AZ describimus, et lineam BA ducimus. Ergo a dato puncto B lineam AB lineae D aequalem duximus. Q. n. e. d.

Propositio II libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulo triangulum describamus, cuius anguli angulis trianguli dati aequales sint.

Supponimus, circulum datum esse circulum ABG et triangulum datum triangulum DEZ. Demonstrare uolumus, quo modo in circulo ABG triangulum describamus, cuius anguli angulis trianguli DEZ aequales sint.

Ad circulum ABG lineam ducimus, quae circulum ABG tangit, ut in propositione ad III, 6 [scr. 16] adiecta*) demonstrauimus, et supponimus, eam esse lineam $HA\Theta$ et punctum contactus esse punctum A. Et ad punctum A ex I, 23 angulum HAB angulo DEZ aequalem construimus, et rursus ex I, 23 ad punctum A angulum ΘAG angulo DZE aequalem construimus, et duo puncta B, G linea BG coniungimus. Quoniam igitur linea $H\Theta$ circulum ABG in puncto A contingit, et a puncto contactus ducta est linea AB, quae circulum secat, ex I [Scr. III], 31 ad utramque partem lineae AB duo anguli aequales sunt duobus angulis, qui in duobus segmentis circuli alternis cadunt; angulus igitur, qui in segmento AGB cadit, angulo HAB aequalis est. Sed angulus, qui in segmento AGB cadit, est angulus AGB; itaque angulus AGB angulo HAB aequalis est. Angulum uero HAB angulo DEZ aequalem posuimus; itaque angulus AGB angulo DEZ aequalis est. Eodem modo demonstramus, an-



*) Supra p. 76.

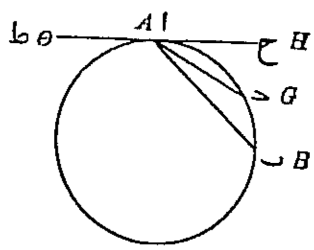
مذهب ايرُن فانه اوقعَ هذا الشكل وذلك انا اذا عملنا زاوية حاب مساويةً لزاوية دهز فقد علمنا انّ قطعة اجب تقبل زاويةً مثل زاوية دهز فاذا عملنا على نقطة آ من خط طا زاويةً مساويةً لزاوية دزه وطابق الخط الذى عُملت عليه الزاوية خط اب ولم يُحدث فى الدائرة مثلثا فنقول فاذن الزاوية المعمولة هى زاوية طاب فتكون اذن زاويتا حاب طاج مساويتين لزاويتى حاب طاب لكن مجموع زاويتى حاب طاب مثل مجموع زاويتين قائمتين وهما ايضا مثل مجموع زاويتى دهز دزه فمثلث دهز زاويتان مِن زواياها مثل زاويتين قائمتين وهذا خلفٌ لانّه قد تبيّن ببرهان يز من ا ان كل زاويتين من زوايا كل مثلث اصغر من زاويتين قائمتين وان كان خط اج الذى عُملت عليه زاوية طاج مثل زاوية دزه يقع خارجَ خط اب الى ما يلى خط اح كما فى الصورة فيكون حينيئذٍ مجموع زاويتى حاب طاج اعظمَ من زاويتين قائمتين فتكون الشناعة اقطع وذلك انّ مثلث دهز زاريتان من زواياه اعظم من زاويتين قائمتين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثالث مِن المقالة الرابعة

نُريد ان نبيّن كيف نعمل على دائرة مفروضة مثلثا مساويةً زواياه لزوايا مثلثٍ معلومٍ فننزل انّ دائرة ابج المعلومة ومثلث دهز المعلوم فنُريد ان نُبيّن كيف نعمل على دائرة ابج مثلثا زوايا[ه] مساوية لزوايا مثلث دهز فنُخرج خط هز فى الجهتين جميعًا

gulum ABG angulo ΘAG aequalem esse. Uerum angulum ΘAG angulo DZE aequalem construximus; itaque angulus ABG angulo DZE aequalis est. Relinquitur igitur angulus EDZ angulo reliquo BAG aequalis; quoniam tres anguli trianguli duobus rectis aequales sunt; quod ex I, 32 manifestum est. Ergo in circulo ABG triangulum ABG construximus, cuius anguli angulis trianguli DEZ aequales sunt. Q. n. e. d.

Quod ad rationem Heronis adtinet, is hanc propositionem damnauit. Nam cum angulum HAB angulo DEZ aequalem construimus, iam scimus, segmentum AGB capere angulum angulo DEZ aequalem. Itaque, si in puncto A lineae ΘA angulum angulo DZE aequalem construimus, et linea, qua angulus construitur, cum linea AB concidit, neque in circulo triangulum efficit, dicimus, angulum constructum esse angulum ΘAB. Itaque duo anguli HAB, ΘAG duobus angulis HAB, ΘAB aequales sunt. Sed summa duorum angulorum HAB, ΘAB summae duorum rectorum aequalis est, et illi duo anguli etiam summae duorum angulorum DEZ, DZE aequales sunt; itaque duo anguli angulorum trianguli DEZ duobus rectis aequalis sunt. Quod absurdum est, quia iam in I, 17 demonstratum est, duos angulos cuiuslibet trianguli duobus rectis minores esse.



Sin linea AG, qua angulus ΘAG angulo DZE aequalis construitur, ut in figura est, extra lineam AB cadit propius lineam AH, summa duorum angulorum HAB, ΘAG duobus rectis maior erit. Itaque magis etiam absurdum erit, quia duo anguli angulorum trianguli DEZ duobus rectis maiores fiunt. Q. n. e. d.

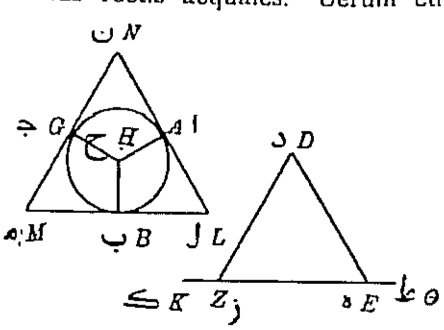
Propositio III libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo circum circulum datum triangulum construamus, cuius anguli angulis trianguli dati aequales sint.

مثل خط طهزك ونستخرج مركز الدائرة كما بُيّنَ ذلك ببرهان
ا مِن ج وليكن علامة ح ونخرج منها خطاً الى محيط الدائرة كيف
اردنا وليكن خط حا ونعمل على نقطة ح مِن خط حا زاوية احب
مساويةً لزاوية دهط كما بُيّن عملها ببرهان كج مِن ا ونعمل على
نقطة ح مِن خط حب زاوية بحج مساويةً لزاوية دزك كما بُيّن
عملها ببرهان كج مِن ا ونُجيز على نقط ا ب ج خطوط لم من
نل تماسّ دائرة ابج كما بُيّن اجازتها ببرهان الشكل المضاف
الى يو مِن ج فمن اجل ان خط لم يُماسّ دائرة ابج على نقطة ب
وقد خرج مِن حيث يماسّها خط الى المركز فبحسب برهان يز مِن
ج فانّ خط بح عمودٌ على خط لم وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان
كل واحد مِن خطى حا حج عمودٌ على خطى من لن فالزوايا
التى عند علامات ا ب ج كل واحدة منها قائمة وكل ذى اربعة
اضلاع فانّه ينقسم بمثلثين وقد بُيّن ببرهان لب مِن ا ان كل
مثلث فان زواياه الثلث مجموعةً مثل زاويتين قائمتين فزوايا
كلِ ذى اربعة اضلاع اذن مساوية لاربع زوايا قائمة فذو اربعة
اضلاع اح بل زوايا الاربعُ مجموعةً مساوية لاربع زوايا قائمة منها
زاويتا لاح لبح قائمتان وزاويتا دزه دزك ايضا قائمتان وذلك
ببرهان يج مِن ا فتبقى زاويتا الب احب مساويتين لقائمتين
وزاويتا دهط دهز ايضا مساويتان لقائمتين وكُنّا عملنا زاوية احب
مساويةً لزاوية دهط فزاوية الب اذن مساوية لزاوية دهز وبمثل هذا
البرهان يتبيّن ان زاويتى بحج جمب مثل قائمتين فتبقى زاوية
بمج مساوية لزاوية دزه فمثلثا لنم هدز قد ساوت زاويتان مِن

Supponimus, circulum datum esse ABG et datum triangulum DEZ. Demonstrare uolumus, quo modo circum circulum ABG triangulum construamus, cuius anguli angulis trianguli DEZ aequales sint.

Linea EZ in utramque partem simul producta ut linea ΘEZK ex III, 1 sumimus centrum circuli, quod sit punctum H, a quo lineam quolibet modo ad ambitum ducimus, quae sit linea HA. Ad punctum H lineae HA ex I, 23 angulum AHB angulo $DE\Theta$ aequalem construimus, et ex I, 23 ad punctum H lineae HB angulum BHG angulo DZK aequalem construimus, per puncta autem A, B, G ex propositione propositioni III, 16 adiecta lineas LM, MN, NL ducimus circulum ABG contingentes. Quoniam linea LM circulum ABG in puncto B contingit, et a puncto contactus ad centrum linea ducta est, ex III, 17 linea BH ad lineam LM perpendicularis est. Ad similitudinem huius demonstrationis demonstrabimus, utramque lineam HA, HG ad utramque lineam MN, LN perpendicularem esse. Itaque anguli ad puncta A, B, G positi singuli recti sunt, et omnes quadrilateri in binos triangulos diuisi sunt. Sed iam in I, 32 demonstratum est, tres angulos trianguli simul sumptos duobus rectis aequales esse; itaque anguli cuiuslibet quadrilateri quattuor angulis rectis aequales sunt. Quattuor igitur anguli quadrilateri $AHBL$ simul sumpti quattuor angulis rectis aequales sunt. Uerum duo anguli eorum LAH, LBH duo recti sunt, et etiam duo anguli DZE, DZK duobus rectis aequales sunt ex I, 13; itaque relinquuntur duo anguli ALB, AHB duobus rectis aequales. Uerum etiam duo anguli $DE\Theta$, DEZ duobus rectis aequales sunt. Angulum autem AHB angulo $DE\Theta$ aequalem construximus; itaque angulus ALB angulo DEZ aequalis est. Et eadem ratione demon-



حدهما زاويتين مِن الاخر فالزاوية الباقية اذن مثل الزاوية الباقية وذلك لانّ زوايا كل مثلث مساوية لزاويتين قائمتين وذلك بيّن([1] ببرهان لب مِن ا فزاوية لنم مثل زاوية هدز فقد عملنا على دائرة ابج مثلث لنم زوايا[ه] مساوية لزوايا مثلث دهز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وامّا ما اوقعَهُ ايرُن فى هذا الشكل فهو ايضا شى لا يُعتدّ به ولكنا نذكرُه ان قال قائل انا اذا اخرجنا خطى اح بح الى نقطتى سع ثم عملنا زاوية([2] بحج مساويةً لزاوية دزك وقع خط حج بَيْنَ نقطتى بس فنقول مِن اجل ان خط اس مستقيم[ة] لانه قطرٌ[ة] للدائرة فان زاويتى احج جحس مساويتان لقائمتين لكن زاوية احج مساوية لزاويتى([3] دهط دزك وزاويتا دهط دزك اعظم مِن قائمتين فزاوية احج اعظم مِن زاويتين قائمتين وهى ايضا اصغر مِن مجموع زاويتى احج جحس القائمتين هذا شنِعٌ[ة] فخط حج اذ[ن] لا يبتنى على خط حس نحو نقطة ب فان قيل انه يطابق خط حس فنقول فيكون اذن زاويتا دهط دزك مساويتين لزاويتى احب بحس لكن زاويتى احب بحس مثل قائمتين فزاويتا دهط دزك اذن قائمتان هذا شنِعٌ[ة] ايضا لانهما اعظم مِن قائمتين فخط حج اِذن لا يطابق حس ولا يبتنى عليه نحو نقطة ب فان قيل انه يطابق خط حج خط حع المتّصل بخط بح على الاستقامة فنقول فمن اجل ان زاوية احب عُملت مثل زاوية دهط تبقى اذن زاوية دزك مساوية لزاويتى بحس سحع القائمتين هذا شنعٌ[ة] جدًّا[ة] واشنعُ

[1]) Supra additum.
[2]) Repetitum.
[3]) In codice: مساوية لزاوية لزاويتى

strabimus, duos angulos BHG, GMB duobus rectis aequales esse; relinquitur igitur angulus BMG angulo DZE aequalis. Itaque in duobus triangulis LNM, EDZ duo anguli alterius duobus angulis alterius aequales sunt; angulus igitur reliquus angulo reliquo aequalis est, quoniam anguli cuiuslibet trianguli duobus rectis aequales sunt, quod in I, 32 demonstratur. Quare angulus LNM angulo EDZ aequalis est. Ergo circum circulum ABG triangulum construximus LNM, cuius anguli angulis trianguli DEZ aequales sunt. Q. n. e. d.

Etiam quod in hac propositione Hero damnauit, parui momenti est; sed tamen id commemorabimus. Si quis dixerit, duabus lineis AH, BH ad duo puncta Ξ, O productis et deinde angulo BHG angulo DZK aequali constructo lineam HG inter duo puncta B, Ξ cadere, ita respondebimus: quoniam linea $A\Xi$ recta est, quia diametrus circuli est, duo anguli AHG, $GH\Xi$ duobus rectis aequales sunt. Sed angulus AHG duobus angulis $DE\Theta$, DZK aequalis est, et duo anguli $DE\Theta$, DZK duobus rectis maiores sunt; itaque angulus AHG duobus rectis maior est. Sed idem minor est summa duorum angulorum rectorum AHG, $GH\Xi$; quod absurdum est. Ergo linea HG non cadit ultra lineam $H\Xi$ uersus punctum B. Sin quis dixerit, eam cum linea $H\Xi$ concidere, respondebimus: duo igitur anguli $DE\Theta$, DZK duobus angulis AHB, $BH\Xi$ aequales erunt. Sed duo anguli AHB, $BH\Xi$ duobus rectis aequales sunt; duo igitur anguli $DE\Theta$, DZK duo recti sunt; quod rursus absurdum est, quia hi duo duobus rectis maiores sunt. Ergo linea HG neque cum linea $H\Xi$ concidit neque ultra eam cadit uersus punctum B.

Sin quis dixerit, lineam HG cum linea HO in producta linea BH posita concidere, respondebimus: quoniam angulus AHB angulo $DE\Theta$ aequalis constructus est, relinquitur angulus DZK duobus angulis rectis $BH\Xi$, ΞHO aequalis; quod ualde absurdum est. Magis etiam absurdum est, si quis dicat, eam ultra lineam HO cadere uersus punctum A. Ergo linea GH produci non potest nisi inter duo puncta O, Ξ. Quod cum demonstratum sit,

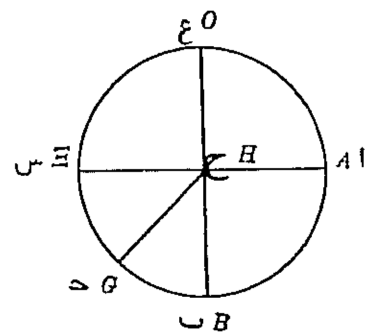
مِنه اِن قيل انه يبتنى على خط حع نحو نقطة ا فخط جح اذن يكون خروجهُ ابدًا بين نقطتى عس فاذ قد تبيّن هذا فانّ الاشكال الباقية اِذا قلناها على ما وضع الرياضى لا يلزمُها طعنٌ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

52 u الشكل الرابع مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نرسم فى مثلث معلوم دائرةً تُحيط بها فننزل ان المثلث المعلوم مثلث ابج ونريد ان نبيّن كيف نعمل فيه دائرةً تحيط بها فنقسم زاوية اجب بنصفين كما بُيّن ببرهان ط مِن ا فننزل انّا قسمناها بخط جز ونقسم ايضًا زاويةَ ابج بنصفين بخط بز ونُعلم على موضع التقاطع ز فاقول ان علامة ز مركز للدائرة برهانه انا نخرج مِن علامة ز الى اضلاع المثلث اعمدة زد زه زح كما بُيّن اخراجه ببرهان يب مِن ا فمن اجل انّ زاوية دجز مساوية لزاوية زجح وزاوية زدج مساوية لزاوية زحج لانّ كل واحدة منهما قائمة[1] فناخذُ ضلع زج مشتركًا فمثلثا زدخ زحج قد ساوت زاويتان مِن احدهما زاويتين مِن الاخر واشتركا فى ضلع واحد فظاهرٌ ببرهان كو مِن ا ان الضلعَين الباقيين مِن احدهما مساويان للضلعين الباقيين مِن[2] الاخر والزاوية الباقية مِن احدهما مساوية للزاوية الباقية مِن الاخر فخط زد مساو لخط

[1] Repetitum.
[2] Primum scriptum: فى

nihil est, cur reliquae propositiones probandae non sint, siquidem nos eas eodem modo, quo geometra eas posuit, enarrauimus. Q. n. e. d.



Propositio IV libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in datum triangulum circulum ab eo comprehensum inscribamus.

Supponimus, triangulum datum esse triangulum ABG, et demonstrare uolumus, quo modo in eum circulum ab eo comprehensum inscribamus.

Angulum AGB ex I, 9 in duas partes aequales diuidimus, et supponimus, nos eum linea GZ diuisisse. Rursus angulum ABG linea BZ in duas partes aequales diuidimus, et in puncto sectionis Z ponimus. Dico igitur, punctum Z centrum circuli esse.

Demonstratio. A puncto Z ad latera trianguli ex I, 12 perpendiculares ducimus ZD, ZE, ZH. Quoniam igitur $\angle DGZ = ZGH$ et $\angle ZDG = ZHG$, quia uterque rectus est, et latus ZG commune est, in duobus triangulis ZDG, ZHG duo anguli alterius duobus angulis alterius aequales sunt, et unum latus commune habent; itaque ex I, 26 manifestum est, duo latera reliqua alterius duobus lateribus reliquis alterius aequalia esse, et angulum reliquum alterius angulo reliquo alterius aequalem esse. Itaque linea ZD lineae ZH aequalis est.

Rursus angulus EBH linea BZ in duas partes aequales diuisa est; quare $\angle ZBE = ZBH$. Uerum $\angle ZEB = ZHB$, quia uterque rectus, et latus ZB commune est; quare $ZE = ZH$. Itaque tres lineae ZD, ZE, ZH inter se aequales sunt. Et quo-

زح وايضا فانّ زاوية هبح قد قسمت بنصفين بخط بز فزاوية زبه مساوية لزاوية زبح وزاوية[1] زهب مساوية لزاوية زحب لانهما قائمتان وضلع زب مشترك لخط زه مثل خط زح فخطوط زد زه زح الثلثة متساوية فلانّه قد تبين ببرهان ط مِن ج انه اذا خرج مِن نقطةٍ فى دائرة اكثر مِن خطين فكانت متساوية فان تلك النقطة مركز للدائرة فالدائرة المخطوطة اذن على انّ علامة ز[2] مركزٌ لها وببعد خط زد بيّنٌ انها تمرّ بنقط ه د ح ولا تقطع اضلاع المثلث فمن اجل ان الزوايا التى عند نُقط ه د ح قوائم فاضلاع المثلث مِن الظاهر ببرهان يه مِن ج انها مُماسّة لدائرة هدح فقد عملنا فى مثلث ابج دائرة هدح تحيط بها وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الخامس مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل على مثلث معلوم دائرةً تحيط به اِن كان قائم الزاوية او منفرج الزاوية او حادّ الزوايا فننزل اوّلا[3] انّه قائم الزاوية وليكن مثلث ابج الاوّل ونبيّن كيف نعمل عليه دائرةً تحيط به فنقسم كل واحد مِن خطى اب بج بنصفين على نقطتى ه ل كما بيّن ببرهان ى مِن ا ونصِل خطى له اه فاقول ان نقطة ه مركزٌ للدائرة التى تحيط بمثلث ابج برهانه مِن اجل

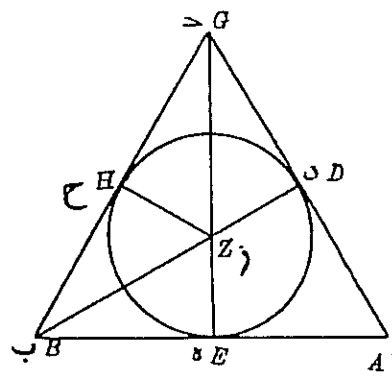
---

[1]) Repetitum.

[2]) Uerba ز علامة in margine addita.

[3]) اوّلا supra insertum.

niam iam in III, 9 demonstratum est, si a puncto intra circulum posito plures quam duae lineae inter se aequales ducantur, punctum illud centrum circuli esse, manifestum est, circulum descriptum, cuius centrum sit Z, radius autem ZD, transire per puncta E, D, H nec latera trianguli secare. Quoniam enim anguli ad puncta E, D, H positi recti sunt, ex III, 15 manifestum est, latera trianguli circulum EDH contingere. Ergo



in triangulum ABG circulum ab eo comprehensum inscripsimus. Q. n. e. d.[1])

Propositio V libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo circum triangulum datum circulum, qui eum comprehendat, construamus, siue ille rectangulus sit siue obtusiangulus siue acutiangulus.

Primum supponimus, eum rectangulum esse. Sit primus triangulus ABG. Demonstrabimus, quo modo circum eum circulum, qui eum comprehendat, construamus. Utraque igitur linea AB, BG ex I, 10 in duobus punctis E, L in binas partes aequales diuisa duas lineas LE, AE ducimus. Dico, punctum E centrum esse circuli, qui triangulum ABG comprehendat.

Demonstratio. Quoniam utraque linea AB, BG in duobus punctis L, E in binas partes aequales diuisa est, et linea LE ducta est, ex demonstratione propositionis, quam post hanc propositionem afferimus, manifestum est, lineam LE lineae AG parallelam esse.

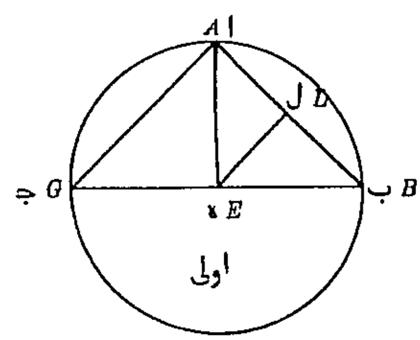
---

[1]) Gh. Cr. p. 142: De quarta figura dixit Yrinus, quod ipsa est, secundum quod dixit Euclides.

انّ خطى اب بج كل واحد منهما قسم بنصفَين على نقطتى ل ه
ووُصل خط له فظاهرٌ مِن برهان الشكل الذى ناتى به من بعد
هذا الشكل انّ خط له موازٍ لخط اج ولانّ زاوية باج فُرضَتْ قائمة
وقد وقع على خطى اج له المتوازيين خط اب فظاهرٌ ببرهان
كط مِن ا ان زاوية بله الخارجة مثل زاوية لاج الداخلة وكنّا
قسمنا خط بل مثل خط لا فاذا اخذنا خط له مشتركًا كان
خطا بل له مثل خطى ال له وزاوية بله مساوية لزاوية اله
فظاهرٌ اذن مِن برهان د مِن ا ان قاعدة اه مساوية لقاعدة به
وكنّا فرضنا به مثل هج فالخطوط الثلثة الخارجة مِن نقطة ه
متساوية اعنى خطوط ها هب هج واذا خرج مِن نقطة فى دائرة
اكثر مِن خطين فكانت متساويةً فان تلك النقطة مركزٌ للدائرة
بحسب ما تبيّن ببرهان ط مِن ج فالدائرة المخطوطة على ان
نقطة ه مركزٌ لها وببعد خط ها تمرّ بنقط ا ب ج فدائرة ابج
اذًا تُحيط بمثلث ابج فقد عملنا على المثلث القائم الزاوية المعلوم
دائرة تحيط به وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ ونبيّن الآن انّ خط 53 r.
له موازٍ لخط اج فنفرض مثلث ابج ونُخرج خطَ لج فمن اجل ان
مثلثى اهل هلب على قاعدتين متساويتين وارتفاعُهما على نقطة ه
فانّ مثلث اهل مساوٍ لمثلث هلب ومن اجل ان مثلثى بله لهج
على قاعدتين متساويتين وهما خطا به هج وارتفاعهما على نقطة
ل فانّ مثلث بله مساوٍ لمثلث لهج فمثلث لهج اذن مساوٍ
لمثلث لها فمثلثا لهج لها على قاعدة واحدة وهى قاعدة له وبين
خطين وهما خطا اج له فبيّن مِن برهان م مِن ا ان خط اج

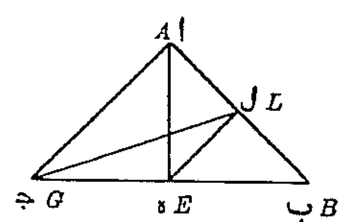
Quoniam datum est, angulum BAG rectum esse, et in duas lineas inter se parallelas AG, LE linea AB incidit, ex I, 29 manifestum est, angulum BLE exteriorem angulo LAG interiori aequalem esse. Sed lineam ita diuisimus, ut linea BL lineae LA aequalis sit; quare linea LE communi sumpta duae lineae BL, LE duabus lineis AL, LE aequales sunt. Et $\angle BLE = ALE$; itaque ex I, 4 manifestum est, basim AE basi BE aequalem esse. Et [lineam] BE [lineae] EG aequalem supponimus; itaque tres lineae a puncto E ductae inter se aequales sunt, scilicet lineae EA, EB, EG. Si autem a puncto intra circulum posito plures quam duae lineae ita ducuntur, ut inter se aequales sint, hoc punctum ex III, 9 centrum circuli est. Et circulus ita ductus, ut punctum E centrum eius sit, et radio EA delineatus per puncta A, B, G transit; circulus ABG igitur triangulum ABG comprehendit. Ergo iam circum triangulum rectangulum datum circulum, qui eum comprehendat, construximus. Q. n. e. d.

I.



Iam demonstrabimus, lineam LE lineae AG parallelam esse.

Triangulo ABG dato lineam LG ducimus. Quoniam duo trianguli AEL, ELB in duabus basibus inter se aequalibus positi sunt, et uertex eorum in puncto E est, triangulus AEL triangulo ELB aequalis erit. Et quoniam duo trianguli BLE, LEG in duabus basibus inter se aequalibus, scilicet in duabus lineis BE, EG, positi sunt, et uertex eorum in puncto L est, triangulus BLE triangulo LEG aequalis erit. Ergo triangulus LEG triangulo LEA aequalis.



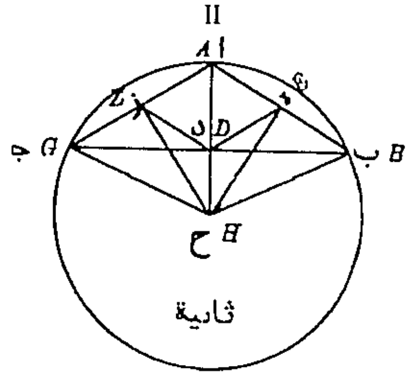
موازٍ لخط لہ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وايضا فنفرض مثلث ابج الثانى زاويته التى عليها باج منفرجة فنبيّن كيف نعمل عليه دائرةً تحيط به فنقسم اضلاع المثلث الثلثة كل واحد منها بنصفين على نقط ہ د ز كما بُيّن قسمتُه ببرهان دا مِن ا ونصل خطوط ہد زد اد فظاهرٌ من الشكل المضاف الذى قدّمناه انّ ضلع ہد موازٍ لضلع اج وقد وقع عليهما خط اب فظاهرٌ ببرهان كط من ا ان زاوية بہد الخارجة مساوية لزاوية باج الداخلة وزاوية باج منفرجة فزاوية بہد اذن منفرجة فتبقى زاوية اہد حادّة فضلع بد اذن اعظم من ضلع دا فليست نقطة د اذن بمركز للدائرة التى تحيط بمثلث ابج وايضا فمن اجل ان زاويتى بہد جزد منفرجتان فانّ العمودَين الخارجين من نقطتى ہ ز يلتقيان خارج مثلث ابج فنُنزل انهما قد التقيا على نقطة ح ونصل خط اح فمن اجل انّ خط بہ فرضناهُ مساويًا لخط اہ وناخذ خط ہح مشتركا فيكون خطا بہ ہح مثل خطى اہ ہح وزاوية بہح مساوية لزاوية اہح فنبيّن ببرهان د من ا انّ قاعدة بح مساوية لقاعدة اح وبمثل هذا يتبيّن ان قاعدة جح مساوية لقاعدة اح فالخطوط الثلثة متساوية اعنى خطوط حب حا حج وبيّنٌ من برهان ط من ج انه اذا خرج من نقطة ح [فى] دائرة اكثر مِن خطين فكانت متساويةً فان تلك النقطة مركز للدائرة فالدائرة المخطوطة على ان نقطة ح مركز لها وببُعد حا تمرُّ بنقط ب ا ج فدائرة باج محيطة بمثلث ابج فقد عملنا على مثلث ابج المنفرج الزاوية دائرة تحيط به وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وايضا فانّا نُنزل مثلث

Sed duo trianguli LEG, LEA in eadem basi, scilicet basi LE, et inter duas lineas AG, LE positi sunt. Ergo ex I, 40 manifestum est, lineam AG lineae LE parallelam esse. Q. n. e. d.

Rursus triangulum secundum ABG supponimus, cuius angulus BAG obtusus sit. Demonstrabimus igitur, quo modo circum eum circulum eum comprehendentem construamus. Ex I, 4 [scr. 10] tria latera trianguli singula in punctis E, D, Z in binas partes inter se aequales diuidimus et lineas ED, ZD, AD ducimus. Ex demonstratione adiecta, quam praemisimus, manifestum est, latus ED lateri AG parallelum esse. In eas autem linea AB incidit; ex I, 29 igitur manifestum est, angulum BED exteriorem angulo BAG interiori aequalem esse. Angulus BAG autem obtusus est; quare etiam angulus BED obtusus; et relinquitur angulus AED acutus. Itaque latus BD latere DA maius est. Ergo punctum D non est in centro circuli, qui triangulum ABG comprehendit.

Rursus quoniam duo anguli BED, GZD obtusi sunt, duae lineae perpendiculares a duobus punctis E, Z ductae extra triangulum ABG concurrunt. Supponimus, eas in puncto H concurrere, et lineam AH ducimus, Quoniam igitur lineam BE lineae AE aequalem supponimus, linea EH communi sumpta duae lineae BE, EH duabus lineis AE, EH aequales sunt; et angulus BEH angulo AEH aequalis; tum in I, 4 demonstratum est, basim BH basi AH aequalem esse. Similiter demonstratur, basim GH basi AH aequalem esse; itaque tres lineae inter se aequales sunt, scilicet lineae HB, HA, HG. Et ex III, 9 manifestum est, quoniam a puncto intra circulum posito H plures quam duae lineae ita ductae sunt, ut inter se aequales sint, hoc punctum centrum circuli esse. Et circulus ita, ut punctum H centrum eius sit, et radio HA ductus per puncta B, A, G

II



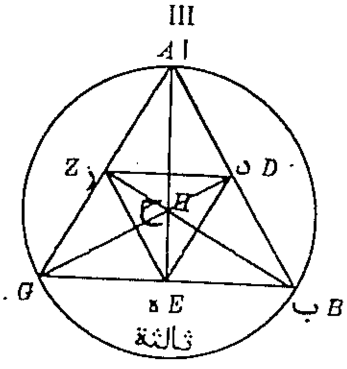
ابج الثالث حادّ الزوايا ونبين كيف نخط عليه دائرةً تُحيط به فنقسم كل واحد من اضلاعه بنصفين على نقط د ه ز كما بُيّن ببرهان ى من ا ونصل خطوط ده دز هز فمِمّا تقدّمنا من برهان الشكل المُضاف يتبيّن ان خط ده موازٍ لخط اج وقد جاز عليهما خط اب فزاوية بده الخارجة مساوية لزاوية باج الداخلة بحسب برهان كط من ا فلان زاوية باج حادة تكون زاوية بده حادة فزاويتا اده ازه منفرجتان فاذا اخرجنا عمودَى دح زح فانهما يلتقيان داخل مثلث دهز فهما اذن داخل مثلث ابج ونصل خط اح فمن اجل ان خط بد فرضناه مثل خط اد فاذا اخذنا خط دح مشتركًا يكون خطا بد دح مساويين لخطى اد دح وزاوية ادح مساوية لزاوية بدح لان كل واحدة منها قائمة فظاهرٌ من برهان ۴ من ا ان خط اح مساوٍ لخط حب وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان خط اح مساوٍ لخط حج فالخطوط الثلثة متساوية اعنى خطوط حب حا حج وبيّن من برهان ط من ٣ انه اذا خرج من نقطة فى دائرة اكثر من خطين فكانت متساوية فان تلك النقطة مركز للدائرة فالدائرة المخطوطة على ان نقطة ح مركز لها وببعد حا تمرّ بنقط ب ا ج فدائرة ابج اذن تحيط بمثلث ابج فقد عملنا على مثلث ابج دائرة تحيط به وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

53 u. قال النريزى ونُبين الآن الطريق الذى انتهى بالرياضى الى ان ركّب برهانَ هذه الثلثة الاشكال هذا التركيبَ وبه تسمَ كل واحد من اضلاع المثلث بنصفين واخرجَ من مُنتصَف الضلعين المحيطين بالزاوية الموضوعة خطوطًا على زوايا قائمة فنُنزلُ مثلثا

transsibit. Ergo circulus BAG triangulum ABG comprehendit, et circum triangulum ABG obtusiangulum circulum eum comprehendentem construximus. Q. n. e. d.

Rursus tertium triangulum ABG acutiangulum supponimus. Demonstrabimus, quo modo circulum, qui eum comprehendat, delineemus. Singula latera eius ex I, 10 in punctis D, E, Z in binas partes aequales diuidimus et lineas DE, DZ, EZ ducimus. Ex demonstratione praemissa propositionis adiectae demonstrabitur, lineam DE lineae AG parallelam esse. In eas autem linea AB incidit; itaque ex I, 29 angulus BDE exterior angulo BAG interiori aequalis erit. Et quoniam angulus BAG acutus est, etiam angulus BDE acutus erit; itaque duo anguli ADE, AZE obtusi sunt. Quare si duas lineas perpendiculares DH, ZH duxerimus, intra triangulum DEZ concurrent. Ergo intra triangulum ABG erunt. Lineam AH ducimus. Quoniam lineam BD lineae AD aequalem construximus, linea DH communi sumpta duae lineae BD, DH duabus lineis AD, DH aequales erunt; et angulus ADH angulo BDH aequalis est, quoniam uterque rectus est; itaque ex I, 4 manifestum est, lineam AH lineae HB aequalem esse. Similiter demonstratur, lineam AH lineae HG aequalem esse. Itaque tres lineae inter se aequales sunt, scilicet lineae HB, HA, HG. Et ex III, 9 manifestum est, si a puncto circuli plures quam duae lineae ducantur inter se aequales, illud punctum centrum circuli esse. Et circulus ita, ut punctum H centrum eius sit, et radio HA delineatus per puncta B, A, G transit. Ergo circulus ABG triangulum ABG comprehendit, et iam circum triangulum ABG circulum eum comprehendentem construximus. Q. n. e. d.

III



Dixit Al-Narizius: Nunc demonstrationem dabimus*),

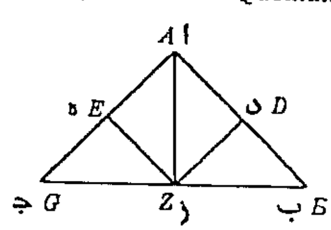
*) Significatur demonstratio genuina Euclidis.

ما عليه ا ب ج ونُنزل ان الزاوية الموضوعة زاوية باج فاقول ليس يخلو المركز مِن ان يكون امّا على خط بج وامّا خارجَ خط بج وامّا داخل خط بج فنُنزل اولا انه على خط بج فخطُ بج اذًا قطرٌ للدائرة فالمركزُ على مُنتصَف خط بج على نقطة ز ومن اجل انّ الدائرة التى تحيط بمثلث ابج تمرّ بنقط ا ب ج فانّ الخط الذى يصل بين نقطتى ا ز مساو لكل واحد مِن خطى بز زج ومِن اجل انّ القطر يقسم الدائرة بنصفين فانّ مثلث ابج فى نصف دائرة فظاهِرٌ مِن برهان ل مِن ج انّ زاوية باج قائمة فاذا قسمنا كل واحد من خطى اب اج بنصفين على نقطتى د ه واخرجنا خطى دز هز فظاهِرٌ انّ خطى بد دز مساويان لخطى اد دز وقاعدةُ بز مساوية لقاعدة از فزاوية بدز مساوية لزاوية ادز فخط دز قائم على خط اب على زوايا قائمة وكذلك خط هز قائم على خط اج فلذلك فرض الرياضىّ زاويةً قائمةً وقسمَ اب بنصفين على علامة د واخرجَ خط دز الى مُنتصَف خط بج ثم بيّن ان خط دز مواز لخط اج ليتبيّن انه انما أخرج عمودًا وايضًا فانّا إن لم نستشهد شكل ل من ج فانه يبين على هذا الطريق من اجل انه يجب ان تكون خطوط از بز زج متساويةً فمن اجل انّ خط از مساو لخط زب فانّ زاوية ابز مثل زاوية باز وايضا فلانّ زج مثل زا تكون زاوية زاج مثل زاوية زجا فمجموع زاويتى ابج اجب مثل زاوية باج لكن زوايا باج جبا بجا الثلث مساوية لقائمتين فزاوية باج اذن قائمة ثم ننزل انّ المركز يقع خارج خط بج فننزل انّه علامة ك فمن اجل انّ مركز

qua geometra has tres demonstrationes coniunxit singulis lateribus trianguli in binas partes inter se aequales diuisis et a puncto medio duorum laterum, quae angulum datum comprehendunt, lineis ad rectos angulos ductis.

Triangulum aliquem ABG supponimus, supponimusque angulum datum esse angulum BAG. Dico: Fieri non potest, ut centrum non sit aut in linea BG aut extra lineam BG aut intra lineam BG. Primum supponimus, id esse in linea BG. Itaque linea BG diametrus circuli erit; centrum igitur in media linea BG erit in puncto Z. Et quoniam circulus, qui triangulum ABG comprehendit, per puncta A, B, G transit, linea inter duo puncta A, Z ducta utrique lineae BZ, ZG aequalis erit, et quoniam diametrus circulum in duas partes inter se aequales diuidit, triangulus ABG in semicirculo erit. Itaque ex III, 30 manifestum est, angulum BAG rectum esse. Sed quia utramque lineam AB, AG in binas partes aequales in duobus punctis D, E diuisimus et duas lineas DZ, EZ duximus, manifestum est, duas lineas BD, DZ duabus lineis AD, DZ aequales esse; basis autem BZ basi AZ aequalis; itaque angulus BDZ angulo ADZ aequalis erit. Linea DZ igitur in linea AB ad angulos rectos erecta est; et eodem modo linea EZ in linea AG erecta est.

Qua de causa geometra angulum rectum dedit et AB in duas partes aequales in puncto D diuisit et lineam DZ ad mediam lineam BG duxit. Deinde demonstrauit, lineam DZ lineae AG parallelam esse, ideo tantum, ut demonstraret, eam perpendicularem ductam esse. Etiamsi autem propositio III, 30 usurpari non posset, demonstrationem hoc modo perficere possemus, quia rectae AZ, BZ, ZG necessario inter se aequales sunt. Quoniam igitur linea AZ lineae ZB aequalis est, angulus ABZ angulo BAZ aequalis erit. Et rursus quoniam [linea] ZG [lineae] ZA aequalis est, angulus ZAG angulo ZGA aequalis erit. Itaque summa duorum angu-



الدائرة خارجٌ[1] يجب ان تكون القطعة [من الدائرة] التى تُحيط بمثلث ابج اصغر من نصف دائرة وقد تبيّن ببرهان ل من ج ان الزاوية التى تقع فى اصغر من نصف دائرة فهى منفرجة فزاوية باج اذًا منفرجة وايضًا على الجهة الأُخرى فانّا نُخرج خطى كد ده وقد علمنا من برهان ج [من] ج انّ الخطوط التى تخرج من المركز الى منتصَفِ الاوتار فهى اعمدةٌ واذ اخرجت اعمدةً فانها تقسم الاوتارَ بنصفين فنخرج عمودَى كد كه يقسمان خطى اب اج على نقطتى د ه ويقطعان خطَ بج على نقطتى ط ح ونصل خطى اح اط فمن اجل ان خط اه مثل خط هج وخط هح مشترك فانّ قاعدة اح مساوية لقاعدة حج فزاوية هجح مثل زاوية هاح وكذلك زاوية داط مثل زاوية دبط فيكون مجموع زاويتى باط جاح مثل مجموع زاويتى ابج اجب فزاوية باج باسرها اعظم من زاويتى ابج اجب وزوايا المثلث الثلثُ مساوية لقائمتين فزاوية باج اعظم من نصف القائمتين فزاوية باج اذًا منفرجة ∴ فاذا قُسِم خط جب ايضًا بنصفَين على نقطة ز واُخرج خطا دز هز فبيّن بالشكل المضاف الى الشكل الذى تدّمناه انّ خط دز مواز لخط اج فتكون زاويةُ بدز الخارجة اعظمَ من زاوية بدط فبدأ فركّبَ من هذا الموضع ليظهرَ انّ الخطين القائمين على نقطتى د ه على زوايا قائمة يلتقيان خارجَ خط بج فنجعل موضعَ الالتقاء مركزا ∴ ثُم ننزل ان المركز يقع داخل خط بج فننزل انه نقطة

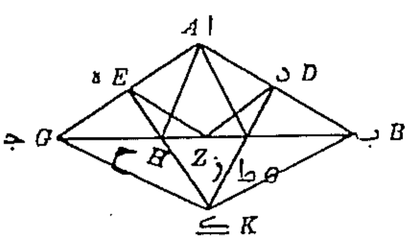
---

[1]) Ap. Gher. Cr. (p. 146): Euclides uero.

lorum ABG, AGB angulo BAG aequalis erit. Tres autem anguli BAG, GBA, BGA duobus rectis aequales sunt; itaque angulus BAG rectus.

Deinde supponimus, centrum extra lineam BG cadere, supponimusque, punctum K esse. Quoniam igitur centrum circuli extra positum est, necesse erit, segmentum [circuli], quod triangulum ABG comprehendit, semicirculo minus esse. Sed iam ex III, 30 demonstratum est, angulum in segmento, quod semicirculo minus sit, positum obtusum esse; quare angulus BAG obtusus. Rursus altero modo duas lineas KD, DE (scr. KE) ducimus. Ex III, 3 iam scimus, lineas a centro ad medias chordas ductas perpendiculares esse, et lineas perpendiculares ductas chordas in binas partes aequales diuidere. Ductae igitur perpendiculares KD, KE duas lineas AB, AG in duobus punctis D, E diuidant et lineam BG in duobus punctis Θ, K secent; et duas lineas AH, $A\Theta$ ducimus. Quoniam igitur linea AE lineae EG aequalis est, et linea EH communis, basis AH basi HG aequalis erit; itaque $\angle EGH = EAH$. Et eodem modo $\angle DA\Theta = DB\Theta$. Quare summa duorum angulorum $BA\Theta$, GAH summae duorum angulorum ABG, AGB aequalis. Itaque totus angulus BAG maior est duobus angulis ABG, AGB. Tres uero anguli trianguli duobus rectis aequales sunt; itaque $\angle BAG$ dimidio duorum rectorum maior est. Ergo $\angle BAG$ obtusus.

Si linea GB quoque in duas partes aequales in puncto Z diuiditur, et duae lineae DZ, EZ ducuntur, ex propositione praepositioni a nobis praemissae adiecta manifestum erit, lineam DZ lineae AG parallelam esse. Itaque angulus BDZ exterior angulo $BD\Theta$ maior erit. Ille[1]) uero hinc componere incepit, ut adpareret, duas lineas, quae



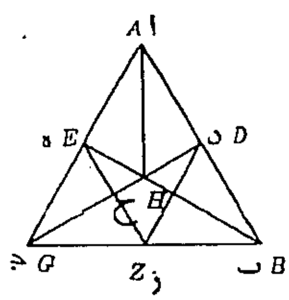
in duobus punctis D, E ad rectos angulos erectae essent, extra lineam BG concurrere. Punctum igitur concursus earum centrum ponimus.

حَ فمن اجل انّ مركز الدائرة داخل يجب ان تكون القطعة مِن الدائرة التى تُحيط بمثلث ابج اعظم مِن نصف دائرة وقد تبين ببرهان ل مِن ج ان الزاوية التى تقع فى اعظم من نصف دائرة فهى حادّة فزاوية باج اذًا حادّة ∴ وايضًا على الجهة الأُخرى فانا نُخرج 54 r
خطى حد حه وقد علمنا مِن برهان ج من ج ان الخطوط التى تخرج من المركز الى مُنتصف الاوتار فهى اعمدة وان خرجت اعمدةً فهى تقسم الاوتار بنصفين فنخرج عمودى حد حه يقسمان خطى اب اج على نقطتى د ه ونُخرج حد على استقامته الى نقطة ج ونُخرج هح على استقامته الى نقطة ب ونصل خط اح فمن اجل انّ خط اه مثل هج وخط هح مشترك وزاويتى اهح جهح متساويتان لانّ كل واحدة منهما قائمة فان قاعدة اح مساوية لقاعدة جح فزاوية هجح اذن مساوية لزاوية هاح وكذلك زاوية داح مساوية لزاوية دبح فيكون مجموع زاويتى باح جاح مثل مجموع زاويتى ابح اجح فزاوية باج باسرها اصغر من زاويتى ابج اجب لكن زوايا المثلث الثلث مساوية لقائمتين فزاوية باج اصغر من نصف القائمتين فهى اذًا حادّة فاذا قُسم خط بج بنصفين على نقطة ز واُخرج خطا زد زه فبيّن بالشكل المضاف الى الشكل الذى تقدّمناهُ ان خط دز مواز لخط اج فتكون زاوية بدز الخارجة اصغر من زاوية بدح فبدا فركّب من هذا الموضع ليظهر ان الخطين القائمين على نقطتى د ه على زوايا قائمة يلتقيان داخل خط بج فنُجعل موضعَ الالتقآء مركزًا ∴

Deinde supponimus, centrum intra lineam *BG* cadere, supponimusque esse punctum *H*. Quoniam igitur centrum circuli intra positum est, necesse erit, segmentum circuli, qui triangulum *ABG* comprehendat, semicirculo maius esse. Sed iam in III, 30 demonstratum est, angulum in segmento, quod semicirculo maius est, positum acutum esse. Ergo angulus *BAG* acutus.

Rursus altero modo duas lineas *HD*, *HE* ducimus. Ex III, 3 iam scimus, lineas a centro ad medias chordas ductas perpendiculares et lineas perpendiculares ductas chordas in binas partes aequales diuidere. Duas perpendiculares ita ducimus, ut duas lineas *AB*, *AG* in duobus punctis *D*, *E* in partes aequales diuidant. *HD* in directum ad punctum *G* et *EH* in directum ad punctum *B* producimus. Lineam *AH* ducimus. Quoniam linea *AE* [lineae] *EG* aequalis est et linea *EH* communis, et duo anguli *AEH*, *GEH* inter se aequales sunt, quia uterque eorum rectus est, basis *AH* basi *GH* aequalis erit; quare angulus *EGH* angulo *EAH* aequalis erit. Eodem modo angulus *DAH* angulo *DBH* aequalis erit; itaque summa duorum angulorum *BAH*, *GAH* summae duorum angulorum *ABH*, *AGH* aequalis. Totus igitur angulus *BAG* duobus angulis *ABG*, *AGB* minor est. Tres autem anguli trianguli duobus rectis aequales sunt; itaque angulus *BAG* dimidio duorum rectorum minor est; acutus ergo.

Si linea *BG* in puncto *Z* in duas partes aequales diuiditur, et duae rectae *ZD*, *ZE* ducuntur, ex propositione ad propositionem, quam praemisimus, adiecta manifestum est, lineam *DZ* lineae *AG* parallelam esse. Itaque angulus *BDZ* exterior angulo *BDH* minor est.



Hinc ille componere incipit, ut adpareat, duas rectas in duobus punctis *D*, *E* ad rectos angulos erectas intra lineam *BG* concurrere. Punctum igitur concursus centrum ponimus.

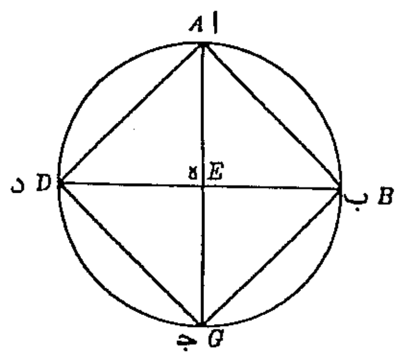
الشكل السادس من المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نرسم فى دائرة مفروضة شكلا ذا اربعة اضلاع تحيط به فننزل ان الدائرة دائرة ابجد ونستخرج مركز الدائرة كما بيّن ببرهان ا من ج وليكن علامة ه ونجيز عليها خطين يتقاطعان على زوايا قائمة كما بيّن ببرهان يا من ج فننزل انهما قطرا اج بد ونصل خطوط اب بج جد دا فمن اجل ان نقطة ه مركز وقد خرج منها خطوط ها هب هج هد فالخطوط الخارجة من مركز ه الى المحيط متساوية فخط [ا] به ها مثل خطى ده ها وزاوية بها مثل زاوية دها لان كل واحدة منهما قائمة فظاهرٌ من برهان ۴ من ا ان قاعدة اب مساوية لقاعدة اد وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان قاعدة بج مثل قاعدة جد وقاعدة اب مساوية لقاعدة بج وقاعدة جد مساوية لقاعدة اد فالخطوط الاربعة المحيطة بذى الاربعة الاضلاع متساوية ومن اجل ان زاوية باد فى نصف دائرة فبيّنٌ ببرهان ۳۰ من ج انها قائمة وكذلك يتبيّن ان كل واحدة من زوايا ابج بجد جدا قائمة لان كل واحدة منها فى نصف دائرة فالشكل ذو الاربعة الاضلاع المعمول فى دائرة ابجد متساوى الاضلاع قائم الزوايا فقد عملنا فى دائرة ابجد شكلا ذا اربعة اضلاع قائم الزوايا وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قال النريزى واما حلّ هذا الشكل فانّا نُنزل انّ المربعَ معمولٌ فمن اجل انا نطلب ان يكون اد مثل اب وزاوية ا قائمة فظاهرٌ ان خط بد يجب ان يكون قطرًا للدائرة وكذلك انا متى طلبنا ان يكون خط اب مثل خط بج وزاوية ب قائمة ان خط اج يجب ان يكون قطرًا للدائرة

Propositio VI libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulo dato figuram quadrilateram describamus ab eo comprehensam.

Supponimus, circulum esse circulum $ABGD$. Ex III, 1 centrum circuli sumimus, quod sit punctum E, et ex III (scr. I), 11 in eo duas lineas ad rectos angulos inter se secantes ducimus, quas diametros AG, BD esse supponimus. Lineas AB, BG, GD, DA ducimus. Quoniam punctum E centrum est, et ab eo lineae EA, EB, EG, ED ductae sunt, lineae a centro E ad ambitum ductae inter se aequales sunt; itaque duae lineae BE, EA duabus lineis DE, EA aequales sunt. Et angulus BEA angulo DEA aequalis est, quia uterque rectus; itaque ex I, 4 manifestum est, basim AB basi AD aequalem esse. Similiter demonstratur, basim BG basi GD aequalem esse. Basis uero AB basi BG aequalis est et basis GD basi AD aequalis; itaque quattuor lineae, quae quadrilaterum comprehendunt, inter se aequales sunt. Et quoniam angulus BAD in semicirculo est, ex III, 30 manifestum est, eum rectum esse.



Eodem modo demonstratur, unumquemque angulorum ABG, BGD, GDA rectum esse, quia unusquisque eorum in semicirculo est; itaque figura quadrilatera in circulo $ABGD$ constructa aequilatera et rectangula est. Ergo iam in circulo $ABGD$ figuram quadrilateram rectangulam construximus. Q. n. e. d.

Dixit Al. Narizi: Quod ad hanc propositionem soluendam adtinet, supponimus, quadratum datum esse. Quoniam postulamus, [lineam] AD [lineae] AB aequalem esse et angulum A rectum, manifestum est, lineam BD necessario esse diametrum circuli. Eodem modo, quoniam postulamus, lineam AB lineae

فنقطة ه اذن المركز فزاوية هاب مثل زاوية هبا فتبقى زاوية اهب قائمة وهى مثل زاوية بهج فالزوايا الاربع التى عند المركز كل واحدة منها قائمة فالقطران يتقاطعان على زوايا قائمة فالرياضى بدأ من هذا الموضع فركّب واستخرج المركز واجاز عليه قطرين يتقاطعان على زوايا قائمة فوجَدَ مطلوبَهُ ∴

الشكل السابع من المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل على دائرة معلومة شكلا مربّعا قائم 54 u.
الزوايا يحيط بها[1] فنفرض دائرة ابجد ونريد ان نبين كيف نعمل عليها مربّعًا قائم الزوايا فنستخرج المركز كما بيّن ببرهان ا من ٣ وليكن نقطة ه ونُجيز عليها قُطرين يتقاطعان على زوايا قائمة كما بيّن ببرهان يا من ا ونُجيز على نقط[2] ا ب ج د خطوط زح زط طك كح تماس الدائرة كما بيّن ببرهان الشكل المضاف الى يو من ج فمن اجل ان خط زح يماس الدائرة وقد خرج من حيث يماسُّها خط اج[3] يمر بالمركز فظاهِرٌ من برهان يز من ج ان خط ها قائم على خط زح على زوايا قائمة فالزاويتان اللتان عند ا كل واحدة منهما قائمة وكذلك الزوايا التى عند نقط[2] ب ج د كل واحدة منها زاوية قائمة فمن اجل ان زاويتى زاه اهب كل واحدة منهما قائمة فمن اجل ان خط اه قد جاز على

---

1) Primum scriptum: بع　　2) Primum scriptum: نقطة

3) Primum scriptum: اح (AH).

BG aequalem esse et angulum B rectum, necesse est, lineam AG diametrum esse circuli; quare punctum E centrum est. Itaque angulus EAB angulo EBA aequalis; relinquitur igitur angulus AEB rectus, qui angulo BEG aequalis est. Ergo unusquisque quattuor angulorum ad centrum positorum rectus est, et duae diametri inter se ad rectos angulos secant. Qua de causa geometra hinc componere incipit, et per centrum sumptum duas diametros duxit, quae inter se ad rectos angulos secant. Ergo, quod quaerebat, inuenit.

Propositio VII libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo circum circulum datum figuram quadratam rectangulam eum comprehendentem construamus.

Circulum $ABGD$ supponimus. Demonstrare uolumus, quo modo circum eum quadratum rectangulum construamus.

Centrum ex III, 1 sumimus, quod sit punctum E, et per eum ex I, 11 duas diametros inter se ad angulos rectos secantes ducimus. Per puncta A, B, G, D ex propositione ad III, 16 adiecta*) lineas ZH, $Z\Theta$, ΘK, KH ducimus circulum contingentes. Quoniam igitur linea ZH circulum contingit, et a puncto, in quo eum contingit, linea AG ducta est per centrum transiens, ex III, 17 manifestum est, lineam EA ad lineam ZH perpendicularem erectam esse; quare uterque angulus ad A positus rectus est. Eodem modo singuli anguli ad puncta B, G, D positi recti anguli sunt. Et quoniam uterque angulus ZAE, AEB rectus est, et linea AE in duas lineas AZ, EB incidens duos angulos interiores ad eandem partem positos duobus angulis rectis aequales facit[1]); itaque ex I, 28 manifestum est, lineam AZ lineae EB parallelam esse. Iam

*) P. 75.

[1]) In margine: كان يجب ان تقول زاويتا ازب هبز معادلتان لقائمتين Necesse est dicas, duos angulos AZB, ΘZB duobus rectis aequales esse.

خط[ى] از هب فصيّر الزاويتين الداخلتين اللتين فى جهة واحدة مساويتين لزاويتين قائمتين فظاهر من برهان كح من ا[1] ان خط از مواز لخط هب ومن اجل ان خط از مواز لخط هب وقد اجيز عليهما خط زب فبيّن من برهان كط من ا انّ زاوية ازب مساوية لزاوية[ه]بز فمن اجل ان زاوية زبه قائمة تكون زاوية ازب ايضا قائمة فسطح اب قائم الزوايا وهو ايضا متوازى الاضلاع لانّ الزاويتين اللتين عند ا ز قائمتان فخط زب مواز لخط اه فمن اجل ان خط اه مثل خط هب لانهما خرجا من المركز الى المحيط وسطح اب متوازى الاضلاع فبيّن من برهان لد من ا ان كل ضلعين يتقابلان متساويان فضلع هب مساو لضلع از وخط اه مساو لخط زب فسطح اب متساوى[2] الاضلاع قائم الزوايا وبمثل هذا البرهان يتبيّن انّ سطح بج ايضا متساوى الاضلاع قائم الزوايا فخط زط باسره مساو لخط اج وموازيه وكذلك خط اج مساو لخط حك وموازيه فخط زط اذًا مساو لخط حك وموازيه وكذلك يتبيّن ان خط زح مواز لخط طك ومساويه فشكل زحطك[3] متساوى الاضلاع قائم الزوايا وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

واما حل هذا الشكل فانا نُنزل ان المربع معمول على الدائرة فمن اجل ان خط زح يماسّ الدائرة على نقطة ا فان الخط الذى يخرج من نقطة ا على زوايا قائمة يمر بالمركز وكذلك الخطوط الخارجة من نقط ب ج د على زوايا قائمة فانّها تنتهى الى المركز فنخرجها

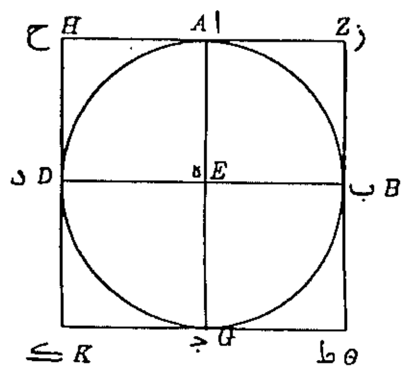
---

1) Primum ج scriptum.

2) In margine متوازى

3) In textu: زحكك

quoniam linea AZ lineae EB parallela est et linea ZB in utramque incidit, ex I, 29 manifestum est, angulum AZB angulo $[E]BZ$ aequalem esse. Et quoniam angulus ZBE rectus est, etiam angulus AZB rectus est; itaque spatium AB rectangulum est. Idem autem parallelogrammum est, quia duo anguli ad A, Z positi recti sunt; quare linea ZB lineae AE parallela. Et quoniam linea AE lineae EB aequalis est, quia utraque a centro ad ambitum ducta est, et spatium AB parallelogrammum, ex I, 34 manifestum est, binas lineas sibi oppositas inter se aequales esse; itaque latus EB lateri AZ aequale erit. Linea AE autem lineae ZB aequalis est; itaque spatium AB latera inter se aequalia habet et rectangulum est.



Similiter demonstratur, etiam spatium BG latera inter se aequalia habere et rectangulum esse. Itaque tota linea $Z\Theta$ lineae AG aequalis et parallela est. Et eodem modo linea AG lineae HK aequalis et parallela est; quare linea $Z\Theta$ lineae HK aequalis et parallela est. Et eodem modo demonstratur, lineam ZH lineae ΘK parallelam et aequalem esse. Ergo figura $ZH\Theta K$ latera inter se aequalia habet et rectangula est. Q. n. e. d.

Quod ad solutionem huius propositionis adtinet, supponimus[1]), quadratum circum circulum constructum esse. Quoniam linea ZH circulum in puncto A contingit, linea a puncto A ad angulos rectos ducta per centrum transit. Eodem modo lineae a punctis B, G, D ad rectos angulos ductae ad centrum peruenient. Ducimus eas, et ad punctum E, quod centrum est, perueniant. Quoniam uterque angulus ZAE, ZBE rectus est, et

[1]) Apud Gher. Crem. (ed. Curtze, p. 146) legitur: ›Eam solvam, sicut est, et ponam‹. Codex autem Reg. 1268, ut Ant. Bjornbo me docet, recte habet: ›Eius tamen solutio sic est. Ponam . . . .‹

ولتلتق على نقطة ه التى هى المركز ومن اجل ان زاويتى زاه زبه
كل واحدة منهما قائمة وزاوية ز فُرضت قائمة فانّ زاوية اهب
الباقية ايضا قائمة وكذلك يتبيّن انّ زاوية اهد قائمة فقد خرج
من نقطة ه من خط اه خطان فى جهتين مختلفتين وهما خطا هب
هد فصارت الزاويتان اللتان عن جنبتى خط اه مساويتين لزاويتين
[قائمتين] فخطا به هج قد اتصلا على استقامة وصارا خطا واحدا
فخط بد اذن قطر الدائرة وكذلك يتبيّن ان خط اج قطر لها
وقد تقاطعا على نقطة ه فبدأ الرياضى فركّب البرهان من هذا
الموضع بان استخرج المركز واجاز عليه قطرى اج بد يتقاطعان
على زوايا قائمة واجاز على اطراف الاقطار خطوطاً تماسّ الدائرة
ثم نظمَ سائر البرهان ∴

الشكل الثامن من المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل فى شكلٍ مربع متساوى الاضلاع
قائم الزوايا معلومٍ دائرةً يُحيط بها فلننزل انّ المربع المعلومَ
الشكل الذى عليه ابجد ونريد ان نبيّن كيف نعمل فيه دائرةً
يحيط بها فنقسِم كل واحد من ضلعَى اد اب بنصفين على
نقطتى ه ز كما بيّن ببرهان ى من ا ونُخرج خطى هح زط على
زوايا قائمة يتقاطعان على علامة ك فاقول ان علامة ك مركز 55 r.
الدائرة التى تقع فى مربّع ابجد برهانه من اجل انّ اه مثل هد
فان اد ضعف اه وكذلك نبيّن انّ اب ضعفُ از لكن اد مساو لخط

angulus Z rectus datus est, angulus, qui relinquitur, AEB ipse quoque rectus est. Eodem modo demonstratur, angulum AED rectum esse. Itaque a puncto E lineae AE duae lineae in duas partes diuersas ductae sunt, quae sunt duae lineae EB, ED, et duo anguli ad utramque partem lineae AE positi duobus angulis [rectis] aequales sunt; itaque duae lineae BE, EG in directum ductae una linea factae sunt. BD igitur linea diametrus circuli est. Eodem modo demonstratur, lineam AG eius diametrum esse; et in puncto E inter se secant. Geometra igitur demonstrationem hinc ita componere incepit, ut centrum sumeret et per id duas diametros AG, BD duceret, quae ad angulos rectos inter se secant, et per terminos diametrorum lineas circulum contingentes duceret. Deinde reliquam demonstrationem ordine deducit.

Propositio VIII libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in data figura quadrilatera aequilatera et rectangula circulum ab ea comprehensum construamus.

Supponamus, quadratum datum esse figuram $ABGD$. Demonstrare uolumus, quo modo in eo circulum ab eo comprehensum construamus. Utroque latere AD, AB ex I, 10 in duobus punctis E, Z in binas partes aequales diuiso duas lineas EH, $Z\Theta$ ad rectos angulos ita ducimus, ut in puncto K inter se secent. Dico, punctum K esse centrum circuli, qui in quadrato $ABGD$ positus sit.

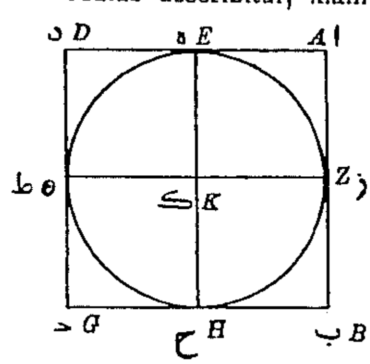
Demonstratio. Quoniam [linea] AE [lineae] ED aequalis est, AD duplo maior quam AE erit. Eodem modo demonstramus, AB duplo maiorem quam AZ esse. AD autem lineae AB aequalis est; et ubi duae magnitudines inter se aequales singulae duabus magnitudinibus duplo maiores sunt, hae duae magnitudines inter se aequales sunt; quare linea AE lineae AZ aequalis. Quoniam

اب والاشياء المتساوية اذا كان كل واحد منها ضعفًا لمقدارين فانّ المقدارين متساويان فخط اه مساو لخط از ومن اجل ان كل واحدة من زاويتى اهك ازك قائمة وكذلك زاوية زاه ايضا قائمة تبقى زاوية ك قائمة فالزوايا التى عند ك الاربع اذن كل واحدة منها قائمة فمن اجل ان سطح اك متوازى الاضلاع فظاهرٌ من برهان ٣٤ من ا ان كل خطين يتقابلان متساويان فخط اه مثل خط زك وخط از مثل خط هك فسطح هز متساوى الاضلاع قائم الزوايا وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان سطح كب متساوى الاضلاع قائم الزوايا فخط كح مثل خط زب وكُنّا بيّنا ان خط هك مثل خط از فخط هح مثل خط اب وخط با ضعف از فخط هح اذًا ضعف خط هك فخط هك اذًا مثل خط كح وكُنا بيّنا ان خط هك مثل [خط] كز فخطوط هك كز كح الثلثة متساوية وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان خط اد ضعف خط ده وخط زط ضعف خط كط وخطا اد زط متساويان فكل واحد من خطى هك كط متساويان لكن خط هك مثل خط هد فخط كط اذًا مثل خط كه فالخطوط الاربعة الخارجة من نقطة ك الى نقط ه ز ط ح متساويةٌ اعنى خطوط كه كز كح كط فاذا جُعِلت[1] نقطة ك مركزًا وادير ببعد احد الخطوط الاربعة دائرة فظاهرٌ انها تمرّ بمواضع النقط ولا تقطع شيًا من الاضلاع لان الزوايا التى عند النقط كل واحدة منها قائمة فخطوط اد دج جب با الاربعة تماسّ دائرة هزحط

---

[1]) In cod.: جُعِل

uero uterque angulus AEK, AZK rectus et angulus ZAE ipse quoque rectus, relinquitur angulus K rectus. Itaque quattuor anguli ad K positi singuli recti sunt. Et quoniam spatium AK parallelogrammum est, ex I, 34 manifestum est, omnes lineas sibi oppositas inter se aequales esse; quare linea AE lineae ZK aequalis et linea AZ lineae EK aequalis; itaque spatium EZ aequilaterum et rectangulum est. Similiter demonstramus, spatium KB aequilaterum et rectangulum esse; itaque linea KH lineae ZB aequalis est. Iam autem demonstrauimus, lineam EK lineae AZ aequalem esse; itaque linea EH lineae AB aequalis. Linea BA autem duplo maior est quam AZ; quare etiam linea EH duplo maior est quam linea EK; itaque linea EK lineae KH aequalis. Iam autem demonstrauimus, lineam EK [lineae] KZ aequalem esse*); itaque tres lineae EK, KZ, KH inter se aequales sunt. Et similiter demonstratur, lineam AD linea DE duplo maiorem, et lineam $Z\Theta$ linea $K\Theta$ duplo maiorem esse. Duae autem lineae AD, $Z\Theta$ inter se aequales sunt; itaque utraque linea EK [scr. ED], $K\Theta$ inter se aequales sunt. Uerum linea EK lineae ED aequalis est; quare linea $K\Theta$ lineae KE aequalis. Itaque quattuor lineae a puncto K ad puncta E, Z, Θ, H ductae inter se aequales sunt, scilicet lineae KE, KZ, KH, $K\Theta$; si igitur puncto K centro sumpto radio una ex quattuor lineis circulus describitur, manifestum est, eum in puncta incidere nec latera secare; quoniam enim singuli anguli ad puncta positi recti sunt, quattuor lineae AD, DG, GB, BA circulum $EZH\Theta$ in punctis E, Z, H, Θ contingunt, quia a terminis diametrorum ductae sunt, quod ex III, 14 [scr. 15] manifestum



*) Deest haec demonstratio in praecedentibus.

على نقط ه ز ح ط لانها خارجة من اطراف الاقطار وذلك ظاهر من برهان ١٤ من ٣ فقد عملنا فى مربع ابجد دائرة يحيط بها وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ واما حلّ هذا الشكل فانا ننزل ان دائرة هزحط معمولة فى مربع اب جد المفروض فمن اجل انّ كه مثل كز وخط اب يماس الدائرة على نقطة ز وكذلك خط اد يُماسّها على نقطة ه فانّ الزاويتين اللتين عند ز ه كل واحدة منهما قائمة وزاوية ا ايضا قائمة فتبقى زاوية ك قائمة وكذلك يتبيّن انّ زاوية هكط قائمة فخط زط خطّ واحدٌ مستقيم فنطلب انّ خط اه مثل خط هد وخط از مثل خط زب وذلك بيّنٌ من برهان كلام ايرُن فى ١٦ من ٣ لان دائرة هزحط يحيط بها مربع ابجد فعلى ما بيّن فى ١٦ من ٣ يتبيّن ان خط اه مثل خط هد وخط از مثل خط زب وانّ كل واحد من خطى هح زط مستقيم فانّهما قائمان على خطى اد اب على زوايا قائمة فبدأ الرياضى من هذا الموضع فركّب بان قسمَ كلَ واحد من خطى اد اب بنصفين واخرج خطى هح زط على زوايا قائمة ثم رتّب البرهان الترتيب الذى قدّمناه ∴

الشكل التاسع مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل على شكل مربع متساوى الاضلاع قائم الزوايا دائرةً تحيط به فننزل ان الشكل المربع شكل ابجد ونريد ان نبين كيف نعمل عليه دائرةً تُحيط به فنُخرج قطرى المربّع وليكونا خطى اج بد يتقاطعان على نقطة ه فاقول ان نقطة ه مركز للدائرة التى تحيط بمربع ابجد برهانه مِن اجل انّ خط

est. Ergo in quadrato $ABGD$ circulum ab eo comprehensum construximus. Q.n.e.d.

Quod ad solutionem huius propositionis adtinet, supponimus, circulum $EZH\Theta$ in quadrato dato $ABGD$ constructum esse. Quoniam $KE = KZ$, et linea AB circulum in puncto Z contingit, et similiter linea AD eum in puncto E contingit, uterque angulus ad Z, E positus rectus est. Uerum etiam angulus A rectus; relinquitur igitur angulus K rectus. Eodem modo demonstratur, angulum $EK\Theta$ rectum esse; itaque linea $Z\Theta$ una linea recta est. Iam dicimus, lineam AE lineae ED et lineam AZ lineae ZB aequalem esse, quod adparet ex demonstratione Heronis in III, 16*), quia circulus $EZH\Theta$ quadrato $ABGD$ comprehenditur, et ex eo, quod in III, 16 demonstratur, manifestum est, lineam AE lineae ED et lineam AZ lineae ZB aequalem esse, et utramque lineam EH, $Z\Theta$ rectam esse; ad duas enim lineas AD, AB perpendiculares sunt.

Geometra igitur hinc incepit componere eo modo, ut utramque lineam AD, AB in binas partes aequales diuideret et duas lineas EH, $Z\Theta$ ad rectos angulos duceret. Deinde demonstrationem eo ordine deducit, quem supra indicauimus,

Propositio IX libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo circum quadratum aequilaterum et rectangulum circulum id comprehendentem construamus.

Supponimus, quadratum esse $ABGD$. Demonstrare uolumus, quo modo circum id circulum id comprehendentem construamus. Diametros igitur quadrati ducimus, quae sint duae lineae AG, BD, ita ut in puncto E inter se secent. Dico, punctum E esse centrum circuli quadratum $ABGD$ comprehendentis.

---

*) P. 76.

اب مساو لخط اد فانّ زاوية ابد مساوية لزاوية ادب وذلك بيّن مِن برهان ٤ مِن ١ وزاوية باد فُرضت قائمة فظاهرٌ مِن برهان ٣٢ مِن ١ ان كل واحدة مِن زاويتى باج بدا نصف قائمة وفرضنا زوايا المربع الاربع كلَ واحدة منها قائمةً فقد انقسمت كل 55 u
واحدة منها بقسمين متساويين والاقسام كلها متساوية فزاوية باه مساوية لزاوية ابه فخط هٓا مساو لخط هب وكذلك زاوية هاد مساوية لزاوية هدا فضلع هٓا مساو لضلع هد وبمثل هذا البرهان يتبيّن انّ خط هج مثل خط هد فالخطوط الاربعة متساوية اعنى خطوط ها هب هج هد واذا جُعلت[1] نقطة ه مركزًا وخُطَّ ببعد احدها دائرة فظاهر انها تمرّ بنقط ا ب ج د فقد عملنا على مربع ابجد دائرة ابجد تحيط به وذلك ما اردنا ان نبيّن واما على طريق الحلّ فانّا نُنزل ان الدائرة معمولة[2] على الشكل المربع فنقول ان خطى ده هب قد اتصلا على استقامة وكذلك خطا اه هج لمن اجل ان الخطوط التى تخرج مِن المركز الى المحيط متساوية فان خطوط ها هب هد هج متساوية فضلعا اه هب مثل ضلعى اه هد وقاعدة اب مثل قاعدة اد[3] فزاوية اهب مثل زاوية اهد فقد خرج مِن خط اه مِن نقطة ه خطا هب هد على استقامة وصارا خطا واحدا فخط دب اذًا مستقيم وكذلك خط اج فابتدأ الرياضى واخرج خطى اج بد ثم نظم البرهان ∴

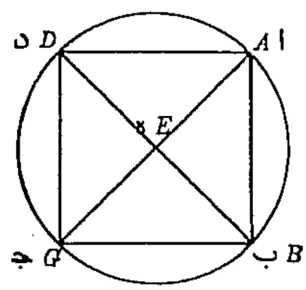
---

[1]) In cod.: جُعِل

[2]) In cod. primum scriptum: معلولة

[3]) In cod. primum scriptum: هد

Demonstratio. Quoniam linea AB lineae AD aequalis est, angulus ABD angulo ADB aequalis erit, quod ex I, 4 manifestum est. Uerum angulus BAD datus est rectus; ex I, 32 igitur adparet, utrumque angulum BAG, BDA dimidium recti esse. Quattuor autem anguli quadrati singuli recti dati sunt; itaque singuli in binas partes inter se aequales diuisi sunt, et omnes partes inter se aequales sunt; itaque angulus BAE angulo ABE aequalis est, et linea EA lineae EB aequalis. Eodem modo angulus EAD angulo EDA aequalis est; quare latus EA lateri ED aequale. Et similiter demonstratur, lineam EG lineae ED aequalem esse. Itaque quattuor lineae inter se aequales sunt, scilicet lineae EA, EB, EG, ED. Et puncto E centro sumpto circuloque radio una ex iis descripto adparet, eum per puncta A, B, G, D transire. Ergo circum quadratum $ABGD$ circulum $ABGD$ id comprehendentem descripsimus. Q. n. e. d.



Quod ad rationem soluendi adtinet, supponimus, circulum circum figuram quadrati constructum esse. Dicimus, duas lineas DE, EB in directum coniunctas esse, et eodem modo duas lineas AE, EG. Quoniam enim lineae a centro ad ambitum ductae inter se aequales sunt, lineae EA, EB, ED, EG inter se aequales sunt; itaque duo latera AE, EB duobus lateribus AE, ED aequalia. Et basis AB basi AD aequalis; itaque $\angle AEB = AED$. Iam a puncto E lineae AE duae lineae EB, ED in directum ductae et una linea factae sunt. Ergo linea DB recta, et eodem modo linea AG. Geometra igitur incepit a duabus lineis AB, BD ducendis et deinde demonstrationem ordine deduxit.

الشكل العاشر من المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل مثلثا متساوى الساقين تكون كل واحدة من زاويتيه اللتين على القاعدة ضعف الزاوية التى يحيط بها الساقان فنفرض خطا مّا وليكن خط اب ونقسمه بقسمين يكون السطح القائم الزوايا الذى يحيط به خط اب واحد القسمين مثل المربع الكائن من القسم الاخر وقسمة ذلك كما بيّن ببرهان ١١ من ٢ فننزل انا قد قسمناه على نقطة ج ونجعل نقطة ا مركزا ونخط ببعد اب دائرة عليها ب د ه ونخرج من نقطة ب وترا فى دائرة ب د ه مساويا لخط اج وقد بيّن كيف يكون اخراج هذا بالشكل المضاف الى ١ من ٤ وليكن مثل خط ب د ونصل خط جد وخط اد فاقول ان كل واحدة من زاويتى اب د ادب ضعف زاوية ب اد برهانه انا نخط على مثلث اجد دائرة اجد وقد بيّن كيف نخط ذلك ببرهان ٥ من ٤ فمن اجل ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا اب بج مساو للمربع الكائن من خط اج وخط اج مساو لخط ب د فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا اب بج مساو للمربع الكائن من خط ب د ونقطة ب خارج دائرة اجد وقد خرج منها خطان احدهما يقطعها وهو خط اب والاخر ينتهى اليها وهو خط ب د فمن اجل ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا اب[1] بج مساو للمربع الكائن من خط ب د فظاهر من برهان ٣٦ من ٣ ان خط ب د

---

[1] In cod.: خطاب

Propositio X libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo triangulum aequicrurium ita construamus, ut uterque angulus eius ad basim positus angulo a duobus cruribus comprehenso duplo maior sit.

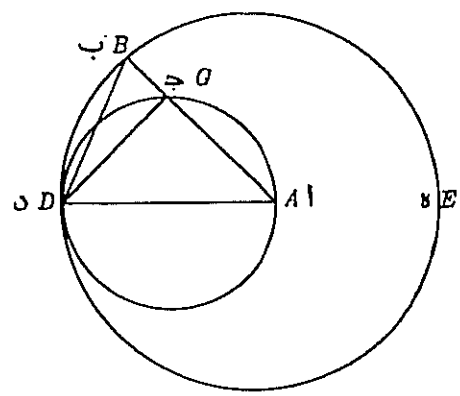
Lineam aliquam damus, quae sit linea AB, eamque in duas partes ita diuidimus, ut spatium rectangulum, quod a linea AB et altera parte comprehenditur, quadrato partis alterius aequale sit, quae diuisio ex II, 11 fit. Supponimus igitur, eam in puncto G diuisam esse, et puncto A centro sumpto radioque AB circulum BDE describimus. A puncto B in circulo BDE chordam lineae AG aequalem ducimus, quae quo modo ducatur, ex propositione ad IV, 1 adiecta manifestum est. Sit qualis linea BD. Lineam GD et lineam AD ducimus. Dico, utrumque angulum ABD, ADB angulo BAD duplo maiorem esse.

Demonstratio. Circum triangulum AGD circulum AGD ducimus, quod quo modo fieri possit, ex IV, 5 adparet. Quoniam rectangulum duabus lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae AG aequale est, et linea AG lineae BD aequalis, rectangulum duabus lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae BD aequale erit. Et punctum B extra circulum AGD positum est, et ab eo duae lineae ductae sunt, quarum altera circulum secat, scilicet linea AB, altera ad eum adcidit, scilicet linea BD; quare quoniam rectangulum duabus lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae BD aequale est, ex III, 36 manifestum est, lineam BD circulum AGD contingere. Et quoniam a puncto contactus linea DG ducta est, ex III, 31 manifestum est, duos angulos ad utramque partem lineae GD positos duobus angulis, qui in duobus segmentis eius alternis positi sunt, aequales esse; quare $\angle BDG = GAD$. Angulo igitur GDA communi sumpto totus angulus BDA summae duorum angulorum GDA, GAD aequalis est. Uerum duo anguli GDA, GAD angulo BGD extra triangulum AGD posito aequales sunt, quod ex I, 31 manifestum est; itaque angulus BGD angulo ADB aequalis est.

مماسٌّ لدائرة اجد ولانه قد خرج مِن علامة المُماسّة خط دج فظاهِرٌ مِن برهان ٣١ مِن ٣ ان عن جنبتى خط جد زاويتين مساويتين للزاويتين اللتين فى قطعتيه المتبادلتين فزاوية بدج مساوية لزاوية جاد وناخذ زاوية جدا مشتركة فيكون جميع زاوية بدا مساوية لمجموع زاويتى جدا جاد ولكن زاويتى جدا جاد مساويتان لزاوية بجد الخارجة مِن مثلث اجد وذلك ظاهرٌ مِن برهان ٣١ مِن ١ فزاوية بجد اذًا مساوية لزاوية ادب ومِن اجل ان خط اب مساو لخط اد لانهما خرجا مِن المركز الى المحيط فبيّنٌ مِن برهان ٥ مِن ١ انّ زاوية ابد مساوية لزاوية ادب فزاوية جبد اذًا مساوية لزاوية بجد فبيّنٌ مِن برهان ٦ مِن ١ ان خط بد مساو لخط جد وكنّا فرضنا خط بد مساويًا لخط اج فخط جد مساو لخط اج فظاهرٌ من برهان ٥ مِن ١ ان زاوية جاد مساوية لزاوية جدا وقد كان تبيّنَ ان زاوية جدب مساوية لزاوية جاد فزاوية جدا اذًا مساوية لزاوية جدب فزاوية ادب اذًا ضعف زاوية باد وكذلك زاوية دبا ضعف زاوية باد فقد عملنا مثلث ابد متساوى الساقين اعنى خطى اب اد وكل واحدة مِن الزاويتين اللتين فوق قاعدة بد ضعف زاوية باد وذلك ما اردنا ان نبيّن قال المُفسِّرُ انما يُمكن ان نُعمل على مثلث اجد دائرة متى عُمِلَت[1] زاوية اجد قائمة هى ام منفرجة ام حادّة فنقول مِن اجل ان خط

[1]) In codice sine dubio est عُلِمَت, sed librarius scribere incepisse عـ mihi videtur. Apud Gherardum (ed. Curtze p. 149): »postquam factus fuerit«.

Quoniam uero linea AB lineae AD aequalis est, quia utraque a centro ad ambitum ducta est, ex I, 5 manifestum est, angulum ABD angulo ADB aequalem esse; quare $\angle GBD = BGD$. Ex I, 6 igitur manifestum est, lineam BD lineae GD aequalem esse. Lineam uero BD lineae AG aequalem supposuimus; itaque linea GD lineae AG aequalis est. Ex I, 5 igitur manifestum est, angulum GAD angulo $GD[A]$ aequalem esse. Sed



iam demonstratum erat, angulum GDB angulo GAD aequalem esse; quare $\angle GDA = GDB$. Itaque angulus ADB angulo BAD duplo maior est. Et eodem modo angulus DBA angulo BAD duplo maior est. Ergo triangulum ABD construximus, cuius crura, scilicet duae lineae AB, AD, aequalia sunt, et uterque angulus ad basim BD positus angulo BAD duplo maior. Q. n. e. d.

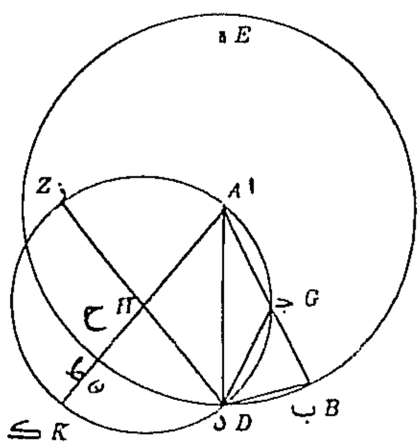
Commentator dixit. Non fieri non potest, ut circum triangulum AGD circulum construamus, siue angulus AGD rectus, siue obtusus siue acutus constructus est.

Dicimus igitur: Quoniam linea BD circulum AGD contingit, et angulus BDA acutus est, linea ad punctum D lineae BD perpendicularis diametrus circuli AGD erit cadetque a linea DA ut linea DZ; quare segmentum DGA minus semicirculo est, et angulus AGD obtusus. Sit centrum circuli AGD punctum H. Lineam AH ductam ad punctum Θ producimus. Manifestum est igitur, lineam $A\Theta$ lineae AD aequalem esse, quia utraque a centro circuli BDE ad ambitum ducta est; itaque linea DZ maior est linea $A\Theta$, et linea $H\Theta$ dimidio diametri circuli AGD minor.

بد يماسّ دائرة اجد وزاوية بدا حادّة فان الخط الذى يكون
عمودًا على نقطة د مِن خط بد يكون قطرًا لدائرة اجد ويكون
وقوعُه مِن خط دا لخط دز فقطعة دجا اذًا اصغر مِن نصف دائرة
فزاوية اجد اذن منفرجة وليكن مركزُ دائرة اجد علامة ح ونُخرج
خط اح ونُخرجهُ الى علامة ط فظاهرٌ ان خط اط مساو لخط اد
لانهما أُخرِجا مِن مركز دائرة بده الى المحيط فخط دز اذًا اعظم
مِن خط اط فخط حط اصغر مِن نصف قُطر دائرة اجد فنُخرجهُ الى
نقطة ك فخط حك مساو لنصف قطر دائرة اجد فظاهرٌ ان دائرة
بده تقاطعُ دائرة اجد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وامّا على طريق
الحلّ فانا نُنزل ان مثلث ابد قد عمُل وان كل واحدة مِن زاويتى
ابد ادب ضعف زاوية باد فنقسم زاوية ادب بنصفين بخط دج
فكل واحد مِن القسمين اذًا مساو لزاوية جاد فنطلب ان القائم
الزوايا الذى يحيط به خطا اب بج مساو لمربع اج فمن اجل انّ
زاوية جاد مساوية لزاوية ادج فان خط اج مساو لخط جد وزاوية
بجد الخارجة مثل زاويتى ادج جاد فهى اذًا ضعف زاوية جاد
فزاوية بجد اذًا مثل كل واحدة مِن زاويتى ابد ادب فخط دج
مساو لخط بد فخط اج مساو لخط بد وزاوية اجد مساوية لزاويتى
جبد جدب فهى اذًا اعظم مِن زاوية بجد فزاوية اجد منفرجة
فنُقيم على نقطة د خط دز على زوايا قائمة فظاهرٌ انا اذا عملنا
على مثلث اجد دائرة اجد فان خط دز يكون قطرًا للدائرة وخط
بد يُماسّ فنقطة ب خارج دائرة اجد وقد خرج منها خطا اب
بد خط اب يقطعها وخط بد يُماسّها فالقائم الزوايا الذى يحيط

Eam ad punctum K producimus. Itaque linea HK dimidio diametri circuli AGD aequalis est. Ergo manifestum est circulum BDE circulum AGD secare. Q. n. e. d.

Quod ad rationem soluendi attinet, supponimus, triangulum ABD constructum esse, et duos angulos ad basim positos ABD, ADB angulo BAD duplo maiores esse. Angulo ADB linea DG in duas partes aequales ita diuiso, ut utraque pars angulo GAD aequalis sit, demonstrare uolumus, rectangulum duabus lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae AG aequale esse. Quoniam $\angle GAD = ADG$, linea AG lineae GD aequalis est. Angulus autem BGD extrinsecus positus duabus angulis ADG, GAD aequalis est; quare angulo GAD duplo maior. Angulus BGD igitur utrique angulo ABD, ADB aequalis est; quare linea DG lineae BD aequalis; etiam linea AG igitur lineae BD aequalis. Angulus uero AGD duobus angulis GBD, GDB aequalis est; angulo igitur BGD maior est; itaque angulus AGD obtusus. Lineam DZ ad punctum D perpendicularem erigimus; itaque manifestum est, quum circum triangulum AGD circulum AGD construximus, lineam DZ diametrum circuli esse et lineam BD contingere. Quare punctum B extra circulum AGD positum est. Et ab eo ductae sunt duae lineae AB, BD, et linea AB eum secat, linea BD autem tangit. Ergo rectangulum duabus lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae BD aequale erit.



Geometra hinc incipit et supponit aliquam lineam ut lineam AB. Deinde eam in puncto G in duas partes diuisit, ita ut rectangulum duabus

به خطا اب بج مساوٍ للمربع الكائن مِن خط بد فبدأ الرياضى مِن هذا الموضع وفرض خطاً ما عليه كخط اب ثم قسمه على نقطة ج بقسمين يكون القائم الزوايا الذى يحيط به خطا اب بج مساويًا للمربع الكائن مِن خط اج ثم نظم سائرَ البرهان وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الحادى عشر مِن المقالة الرابعة

نُريد ان نبيّن كيف نخط فى دائرة مفروضة شكلا مُخمّسًا[1] متساوى الاضلاع والزوايا فننُزل ان الدائرة المفروضة دائرة ابج ونُبيّن كيف نخط فيها شكلا مُخمّسًا متساوى الاضلاع فنعمل مثلثًا متساوى الساقين تكون كل واحدة مِن زاويتيه اللتين على القاعدة ضعف الزاوية التى تُحيط بها الساقان كما بيّنا عملَهُ بالشكل الذى قبل هذا ونُنزل انه مثلث دهز ونعمل فى دائرة ابج مثلثا تكون زوايا[ه] مساوية لزوايا مثلث دهز وقد بيّن عمل ذلك ببرهان ٢ مِن ٤ وليكن مثلث ابج فمن اجل ان كل واحدة مِن زاويتى ابج اجب ضعفٌ لزاوية باج فانا نقسم كل واحدة[2]
56 u. منهما بنصفين بخطى بد جه كما بُيّن قسمه ذلك ببرهان ٢٣ مِن ا ونصل اه هب بج جد دا فلان كل واحدة مِن زاويتى ابج اجب ضعف زاوية باج وقد قُسم كل واحدة منهما بقسمين متساويين فان زوايا باج ابد دبج اجه بجه الخمس متساوية

[1]) In codice: مُحسّسًا
[2]) In codice: واحد

lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae AG aequale esset. Deinde reliquam partem demonstrationis ordine deduxit. Q. n. e. d.

Propositio XI libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulum datum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscribamus.

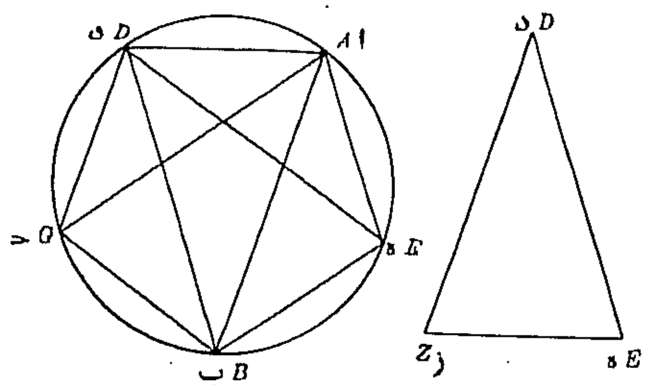
Circulum datum supponimus esse circulum ABG. Demonstrare uolumus, quo modo in eum quinquangulum aequilaterum inscribamus. Triangulum aequicrurium construimus, in quo uterque angulus ad basim positus angulo a duobus cruribus comprehenso duplo maior est, ut in propositione praecedenti constructionem eius demonstrauimus, quem esse triangulum DEZ supponimus. In circulo ABG triangulum construimus, cuius anguli angulis trianguli DEZ aequales sunt, quae constructio iam in IV, 2 demonstrata est, sitque triangulus ABG. Quoniam igitur uterque angulus ABG, AGB angulo BAG duplo maior est, utrumque ex I, 23 [scr. I, 7] duabus lineis BD, GE in binas partes aequales diuidimus. AE, EB, BG, GD, DA ducimus. Quoniam igitur uterque angulus ABG, AGB angulo BAG duplo maior est, et uterque in binas partes inter se aequales diuisus est, quinque anguli BAG, ABD, DBG, AGE, BGE inter se aequales sunt. Et quoniam in ambitu circuli ABG anguli inter se aequales positi sunt, ex III, 28 [scr. 25] manifestum est, his angulis arcus inter se aequales oppositos esse, qui sunt arcus AD, DG, GB, BE, EA inter se aequales. Et quoniam in circulo ABG chordae AD, DG, GB, BE, EA arcus inter se aequales abscindunt, ex III, 28 manifestum est, has chordas inter se aequales esse. Itaque quinquangulum $ADGBE$ aequilaterum est. Iam uero arcus BE arcui GD aequalis; arcu igitur EAD communi sumpto totus arcus $BEAD$ toti arcui $GDAE$ aequalis est. Uerum arcus $BEAD$ angulo DGB et arcus $GDAE$ angulo GBE oppositus est; itaque ex III, 26 manifestum est, angulum EBG angulo BGD aequalem

ولان فى محيط دائرة ابج زوايا متساوية فظاهر من برهان ٢٨ من ٣
ان هذه الزوايا توترها قسىّ متساوية وهى قسى اد دج جب به ها
المتساوية ومن اجل انّ فى دائرة ابج اوتار اد دج جب به ها
تفصل قسيا متساوية فبيّن من برهان ٢٨ من ٣ ان هذه الاوتار
متساوية فمخمّس ادجب[ه] متساوى الاضلاع وايضا فان قوس به
مساوية لقوس جد ونجعل قوس هاد مشتركة فجميع قوس بهاد مساوية
لجميع قوس[1] جداه وقوس بهاد توتر زاوية دجب وقوس جداه توتر
زاوية جبه فبيّن من برهان ٢٩ من ٣ ان زاوية هبج مساوية لزاوية
بجد وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان زاوية جبه مساوية لزاوية اهب
ويتبيّن ان زوايا المخمس الخمس كلها متساوية فمخمّس ادجبه
متساوى الاضلاع والزوايا فقد عملنا فى دائرة ابج شكلا مخمّسا
متساوى الاضلاع والزوايا وذلك ما اردنا ان نبيّن وامّا حل هذا
الشكل فانا نُنزل انّ مخمّس ادجبه معمولٌ فى دائرة ابج المفروضة
فنطلبُ انّ زاوية اجه مساوية لزاوية بجه وزاوية ابد مساويةٌ لزاوية
جبد فمن اجل انّ مخمّسَ ادجبه متساوى الاضلاع والاوتارُ
المتساويةُ تفصِل قِسيًا متساويةً فقسىّ اد دج جب به ها متساوية
فمن اجل ان القسى المتساوية من الدوائر المتساوية توتر زوايا
متساويةً على المحيط كانت ام على المركز فزاوية ابد مساوية لزاوية
دبج وزاوية اجه مساوية لزاوية بجه فكل واحدة من زاويتى ابج
اجب من مثلث ابج ضعف زاوية باج فبدأ الرياضى من هذا

---

[1] Sic in margine correctum; in textu: مساوية قوس

esse. Similiter demonstratur, angulum GBE angulo AEB aequalem esse, et omnes quinque angulos inter se aequales esse. Quinquangulum $ADGBE$ igitur latera inter se aequalia et angulos inter se aequales habet. Ergo in circulo ABG quinquangulum construximus, cuius latera et anguli inter se aequales sunt. Q. n. e. d.



Quod ad hanc propositionem soluendam adtinet supponimus, quinquangulum $ADGBE$ in circulo dato ABG datum esse, et demonstrare uolumus, angulum AGE angulo BGE aequalem esse, angulumque ABD angulo GBD aequalem. Quoniam igitur quinquangulum $ADGBE$ aequilaterum est, et chordae inter se aequales arcus inter se aequales abscindunt, arcus AD, DG, GB, BE, EA inter se aequales sunt. Et quoniam arcus inter se aequales circulorum inter se aequalium sub angulis inter se aequalibus subtendunt, siue ad ambitum siue ad centrum positi sunt, $\angle ABD = DBG$ et $\angle AGE = BGE$. Itaque uterque angulus ABG, AGB trianguli ABG angulo BAG duplo maior est.

Geometra igitur hinc incepit in circulo ABG triangulum ABG aequicrurium ita construens, ut duo anguli eius singuli reliquo duplo maiores sint. Q. n. e. d.

الموضع وعمل فى دائرة ابج مثلث ابج متساوى الساقين كل واحدة مِن زاويتيه ضعف الزاوية الاخرى وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثانى عشر مِن المقالة الرابعة

نُريد ان نُبيّن كيف نعملُ فى دائرة مفروضة شكلا مخمّسًا يحيط بها متساوى الاضلاع والزوايا فننزل دائرة ابج المفروضة ونبيّن كيف نعمل عليها سطحًا مخمّسًا يحيط بها متساوى الاضلاع والزوايا فنعملُ فيها مُخمّسًا متساوى الاضلاع والزوايا كما بيّنا عملَهُ ببرهان الشكل الذى قبل هذا ونُعلم على النقط التى عليها ماسّت زوايا المُخمّس محيط الدائرة علامات ا ب د ه ج ونُجيز على هذه العلامات خطوطًا تُماسّ الدائرة واجازتها كما بُيّن ببرهان الشكل المضاف الى ١٦ مِن ٣ ولتكن خطوط زح حل لك كط طز فاقول ان مخمّس زطكلح متساوى الاضلاع قائم الزوايا برهانه انا نستخرج مركز الدائرة وليكن نقطة م كما بيّن استخراجه ببرهان ا مِن ٣ ونُخرج منها الى علامات المُماسّة خطوط ما مب مد مه مج ونُخرج ايضا منها الى الزوايا خطوط مح مز مط مك مل فمن اجل ان نقط[1] ا ب د ه ج هى النقط التى عليها ماسّ محيطُ الدائرةِ المخمّسَ المعمولَ فيها فظاهِر مِن برهان الشكل المتقدّم ان قسى اب بد ده هج جا متساويةٌ فالزوايا التى عند المركز التى توتّرها 57 r.
هذه القسى المتساوية هى ايضا متساوية كالذى تبيّنَ ببرهان

[1]) Primum scriptum: نقطة

Propositio XII libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulo dato figuram quinquangulam aequilateram et aequiangulam eum comprehendentem construamus.

Supponimus circulum ABG datum. Demonstrabimus, quo modo circum eum spatium quinquangulum aequilaterum et aequiangulum eum comprehendens construamus. Itaque intra circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum eodem modo, quo in demonstratione praecedenti, construimus. Ad puncta, in quibus anguli quinquanguli ambitum circuli tangunt, notas adponimus A, B, D, E, G et per ea puncta ex propositione ad III, 16 [p. 75] adiecta lineas ducimus circulum contingentes, quae lineae sint ZH, HL, LK, $K\Theta$, ΘZ. Dico igitur, quinquangulum $Z\Theta KLH$ aequilaterum et aequiangulum esse.

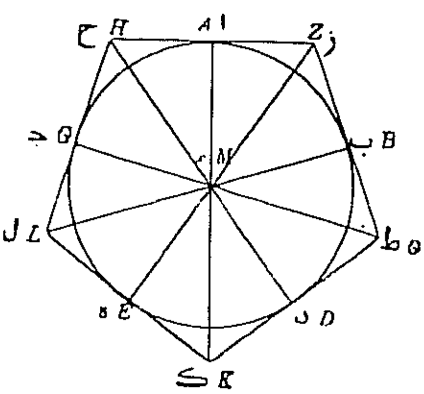
Demonstratio. Centro circuli, quod sit punctum M, ex III, 1 sumpto ab eo ad puncta contactus lineas MA, MB, MD, ME, MG et rursus ab eo ad angulos lineas MH, MZ, $M\Theta$, MK, ML ducimus. Quoniam igitur puncta A, B, D, E, G puncta sunt, in quibus ambitus circuli quinquangulum datum tangit, ex demonstratione propositionis praecedentis manifestum est, arcus AB, BD, DE, EG, GA inter se aequales esse; itaque anguli ad centrum positi, quibus hi arcus inter se aequales oppositi sunt, ipsi quoque inter se aequales sunt, ut in III, 26 demonstratum est; quare $\angle BMA = AMG$. Quoniam uero punctum Z extra circulum ABG positum est, et ab eo duae lineae ZA, ZB circulum contingentes ductae sunt, ex III, 16 et ex eo, quod Hero ei adiecit, manifestum est, lineam AZ lineae ZB aequalem esse. Similiter demonstratur, lineam AH lineae HG aequalem esse. Quoniam igitur linea AZ lineae ZB aequalis est, linea ZM communi sumpta duae lineae AZ, ZM duabus lineis BZ, ZM aequales erunt. Basis autem MB basi MA aequalis est, quia utraque

٢٦ مِن ٣ فزاوية بما مساوية لزاوية امج ومن اجل ان نقطة ز
خارج دائرة ابج وقد خرج منها خطا زا زب يماسان الدائرة
فظاهر مِن برهان ١٩ مِن ٣ وما زاد فيه ايرن انّ خط از مساو لخط
زب وبهذا البرهان يتبيّن ان خط اح مساو لخط حج فمن اجل
ان خط از مثل خط زب وناخذ خط زم مشتركا يكون خطا از
زم مثل خطى بز زم وقاعدة مب مساوية لقاعدة ما لانهما خرجا
مِن المركز الى المحيط فظاهرٌ مِن برهان ٨ مِن ١ ان زاوية ازم
مساوية لزاوية بزم ومثلث ازم مساو لمثلث بزم وزاويتا زام زما
الباقيتان مساويتان للزاويتين الباقيتين كل واحدة مثل نظيرتها
زاوية زام مثل زاوية زبم وزاوية زما مساوية لزاوية بمز وبمثل هذا
البرهان يتبيّن انّ زاوية امح مساوية لزاوية حمج فمن اجل انه
قد تبيّن ان زاوية بمز مساوية لزاوية زما وزاوية امح مساوية لزاوية
حمج فزاوية بما ضعف زاوية زما وزاوية جما ضعف زاوية حما وقد
تبيّن ببرهان الشكل المتقدم كما قلنا ان زاوية بما مساوية
لزاوية امج والاشيآء التى هى انصاف لاشيآء متساوية فان الاشيآء
متساوية فزاوية زما مساوية لزاوية امح لكن زاوية[1] ماح قائمة وهى
مثل زاوية ماز القائمة لان ما خرج مِن المركز الى موضع المماسّة
وقد تبيّن ببرهان ٧ مِن ٣ ان زاويتى زام زما مِن مثلث زما
مساويتان لزاويتى ماح حما مِن مثلث امح وناخذ ضلع ام مشتركا
فظاهرٌ مِن برهان ٢٦ مِن ١ ان الضلعين الباقيين مِن مثلث زما

---

1) In codice: زاويتا

a centro ad ambitum ducta est; itaque ex I, 8 manifestum est, angulum AZM angulo BZM aequalem esse, et triangulus AZM triangulo BZM aequalis est, et duo anguli reliqui ZAM, ZMA duobus angulis reliquis aequales sunt alter alteri, $\angle ZAM = ZBM$ et $\angle ZMA = BMZ$. Et similiter demonstratur, angulum AMH angulo HMG aequalem esse. Quoniam igitur iam demonstratum est, angulum BMZ angulo ZMA et angulum AMH angulo HMG aequalem esse, angulus BMA angulo ZMA et angulus GMA angulo HMA duplo maior est; et iam, ut diximus, in demonstratione praecedenti demonstratum est, angulum BMA angulo AMG aequalem esse. Magnitudines autem magnitudinum inter se aequalium dimidiae inter se aequales sunt; quare $\angle ZMA = AMH$. Uerum angulus MAH rectus idemque angulo MAZ recto aequalis, quia MA a centro ad locum contactus ducta est, ut iam in III, [1]7 demonstratum est; itaque duo anguli ZAM, ZMA trianguli ZMA duobus angulis MAH, HMA trianguli AMH aequales sunt; et latere AM communi sumpto ex I, 26 manifestum est, duo reliqua latera trianguli ZMA duobus reliquis lateribus trianguli HMA aequalia esse alterum alteri, latus $MZ = MH$ et latus $ZA = AH$, et angulus reliquus angulo reliquo aequalis, scilicet $\angle MZA = MHA$. Et similiter demonstratur, esse $HG = GL$, $Z\Theta = B\Theta$, $\Theta D = DK$, $KE = EL$. Et quoniam $ZA = AH$ et $LG = GH$, manifestum est, lineam ZH [linea] AH et lineam LH [linea] HG duplo maiorem esse. Iam autem demonstratum est, esse $AH = HG$. Et si duplae magnitudinum inter se aequales sunt, ipsae inter se aequales sunt; quare linea ZH lineae LH aequalis est. Eadem ratione demonstratur, lineam ΘZ lineae ZH et lineam KL lineae LH et



مساويان للضلعين الباقيين مِن مثلث حما كل ضلع لنظيره فضلع مز مثل ضلع مح وضلع زا مثل ضلع اح والزاوية الباقية مساوية للزاوية الباقية اعنى زاوية مزا مساوية لزاوية محا وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان حج مثل جل وان زط مثل بط وان طد مثل دك وان كه مثل هل ومِن اجل ان زا مثل اح وان لج مثل جح فظاهرٌ ان خط زح ضعف اح وان خط لح ضعف حج وقد تبيّن ان اح مثل حج واذا كانت اشيآء هى اضعاف متساوية فهى ايضًا متساوية فخط زح اذًا مساو لخط لح وبمثل هذا التدبير يتبيّن ان خط طز مثل خط زح وخط كل مثل خط لح وخط طك مثل خط كل فاضلاع المخمّس الخمسة اذًا قد تبيّن انها متساوية وبمثل هذا التدبير[1] يتبيّن ان الزوايا ايضًا متساوية وذلك لانّ زاوية بزم مساوية لزاوية مزا وزاوية احم مثل زاوية جحم فزاوية بزا ضعف زاوية مزا وزاوية جحا ضعف زاوية محا وقد تبيّن ان زاوية محا مساوية لزاوية مزا واذا كانت اشيآء هى اضعاف متساوية لاشيآء اخر متساوية فان الاشياء متساوية فزاوية بزا اذًا مساوية لزاوية احج وكذلك يتبيّن ان سائر الزوايا الباقية مِن زوايا المخمّس متساوية فزوايا المخمّس كلها متساوية وقد كُنّا بيّنا ان اضلاعه ايضا متساوية فقد عملنا على دائرة ابج شكلا مخمّسًا متساوىَ الاضلاع والزوايا يحيط بها وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

---

[1]) Sic in margine correctum; in textu البرهان

lineam ΘK lineae KL aequalem esse. Demonstrauimus igitur, quinque latera quinquanguli inter se aequalia esse. Et similiter demonstratur, angulos quoque inter se aequales esse. Nam $\angle BZM = MZA$ et $\angle AHM = GHM$; itaque angulus BZA angulo MZA et angulus GHA angulo MHA duplo maior est. Iam autem demonstratum est, angulum MHA angulo MZA aequalem esse. Et quae magnitudines magnitudinum inter se aequalium duplae sunt, ipsae inter se aequales sunt; quare $\angle BZA = AHG$. Eodem modo demonstratur, reliquos angulos quinquanguli inter se aequales esse; itaque omnes anguli quinquanguli inter se aequales sunt. Iam autem demonstraueramus, latera quoque eius inter se aequalia esse. Ergo circum circulum ABG figuram quinquangulam aequilateram et aequiangulam eum comprehendentem construximus. Q. n. e. d.

Propositio XIII libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circulum inscribamus ab eo comprehensum.

Quinquangulum $ABGDE$ supponamus. Ex I, 9 utrumque angulum A, B in binas partes aequales duabus lineis AZ, BZ diuidimus, quae concurrant in puncto Z, et ad reliquos angulos lineas ZE, ZD, ZG ducimus. Demonstrabimus igitur, has omnes lineas a puncto Z ad angulos quinquanguli ductas inter se aequales esse.

Quoniam utrumque angulum A, B in binas partes aequales diuidimus, et duo anguli A, B inter se aequales sunt, dimidia autem magnitudinum inter se aequalium ipsa inter se aequalia sunt, erit $\angle ABZ = BAZ$. Duo igitur anguli trianguli AZB ad basim positi inter se aequales sunt; itaque ex I, 6 manifestum est, crus AZ cruri BZ aequale esse.

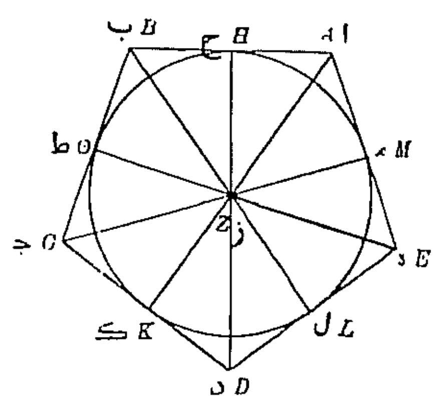
الشكل الثالث عشر مِن المقالة الرابعة

نُريد ان نبين كيف نخط فى مُخمس متساوى الاضلاع والزوايا
دائرةً يحيط بها فلننزل انه مخمس ابجده فنقسم كلّ واحدةٍ مِن
زاويتى ا ب بنصفين بخطى از بز كما بُيّن ببرهان ٩ مِن ١ وليكن 57 u
التقاؤهما على نقطة ز ونخرج الى سائر الزوايا خطوط زه زد زج
فنُبيّن انّ هذه الخطوط التى خرجت مِن نقطة ز الى زوايا المخمّس
كلها متساويةٌ فمن اجل ان قسمنا زاويتى ا ب كل واحدة منهما
بنصفين فزاويتا ا ب متساويتان وانصافُ المتساوية متساوية فزاوية
ابز مساوية لزاوية باز فمثلث ازب زاويتاه اللتان فوق القاعدة
متساويتان فظاهرٌ مِن برهان ٦ مِن ١ ان ساق از مساو لساق بز
وايضًا فمِن اجل ان ضلع ها مساو لضلع اب وضلع از مساو لضلع
بز فضلعا ها از مِن مثلث هاز مساويان[1] لضلعى اب بز مِن مثلث
ابز كل ضلع لنظيره وزاوية هاز مساوية لزاوية ابز فظاهِرٌ مِن
برهان ٤ مِن ١ ان قاعدة هز مساوية لقاعدة از وخط از كُنّا بيّنا
انه مساو لخط بز فالخطوط الثلثة متساوية اعنى خطوط بز از هز
وزاوية اهز مساوية لزاوية باز لكن زاوية باز نصفُ زاوية باه فزاوية
اهز اذًا نصف زاوية اهد فزاوية زهد مثل زاوية زاه وكذلك يتبيّن ان
خطى زد زج متساويان ومساويان لثلثة الخطوط الاخر فالخطوط
الخمسة الخارجة مِن نقطة ز الى زوايا المُخمّس الخمس متساوية فنُخرج

[1] In cod.: مساو

Rursus quoniam latus EA lateri AB, latus AZ lateri BZ aequale est, duo latera EA, AZ trianguli EAZ duobus lateribus AB, BZ trianguli ABZ alterum alteri aequalia sunt. Et $\angle EAZ = ABZ$; itaque ex I, 4 manifestum est, basim EZ basi AZ aequalem esse. Demonstrauimus autem, lineam AZ lineae BZ aequalem esse; itaque tres lineae, scilicet lineae BZ, AZ, EZ, inter se aequales sunt. Et $\angle AEZ = BAZ$; angulus BAZ autem anguli BAE dimidius est; quare $\angle AEZ$ anguli AED dimidius est, et $\angle ZED = ZAE$. Tum eodem modo demonstratur, duas lineas ZD, ZG inter se aequales tribus reliquis lineis aequales esse. Itaque quinque lineae a puncto Z ad quinque angulos quinquanguli ductae inter se aequales sunt.

A puncto Z ad latera quinquanguli ex I, 12 perpendiculares ducimus, quae perpendiculares sint ZH, $Z\Theta$, ZK, ZL, ZM. Quoniam igitur $\angle HAZ = MAZ$, et angulus AHZ rectus angulo AMZ recto aequalis est, duo anguli HAZ, AHZ trianguli AHZ duobus angulis MAZ, AMZ trianguli AMZ alter alteri aequales sunt; et latere AZ communi sumpto ex I, 26 manifestum est, basim HZ basi MZ aequalem esse. Et eodem modo demonstratur, reliquas perpendiculares, scilicet perpendiculares ZL, ZK, $Z\Theta$, ZH, inter se aequales esse. Manifestum est igitur, punctum Z esse centrum circuli, qui intra quinquangulum $ABGDE$ cadat, ita ut puncto Z centro sumpto radioque una harum linearum circulo ducto ambitus circuli per puncta H, Θ, K, L, M transit, et singulae lineae dimidiae diametri circuli fiunt. Latera autem quinquanguli in terminis diametrorum ad puncta H, Θ, K, L, M ad rectos angulos erecta



مِن نقطة ز الى اضلاع المُخمّس اعمدة كما بيّن ببرهان ١٢ مِن ١
ولتكُن اعمدة زح زط زك زل زم فلان زاوية حاز مساوية لزاوية ماز
وزاوية احز القائمة مساوية لزاوية امز القائمة فزاويتا حاز احز مِن
مثلث احز مساويتان لزاويتى ماز امز مِن مثلث امز كل زاوية
لنظيرتها وناخذ ضلع از مشتركًا فظاهرٌ مِن برهان[1] ٢٦ مِن ١ ان
قاعدة حز مساوية لقاعدة مز وبهذا البرهان يتبيّن ان سائر
الاعمدة متساوية اعنى اعمدة زل زك زط زح فظاهرٌ ان نقطة ز
مركزٌ للدائرة التى تقع فى مُخمّس ابجده وذلك انا اذا جعلنا نقطة
ز مركزًا وخططنا ببُعد احد هذه الخطوط دائرةً فان محيط الدائرة
تمرّ بنقط ح ط ك ل م ويصير كل واحد مِن هذه الخطوط نصف
قطر للدائرة فاضلاع المُخمّس قائمة على اطراف الاقطار على زوايا
قائمة عند نقط ح ط ك ل م فظاهرٌ مِن برهان ١٥ مِن ٣ ان
اضلاع المُخمّس مماسّة لدائرة حطكلم ويُقال ان دائرة فى شكل
اذا كانت اضلاع الشكل تُماسّ الدائرة فقد عملنا فى مُخمّس ابجده
دائرة حطكلم يحيط بها وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الرابع عشر مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل على مُخمّس مفروض متساوى الاضلاع
والزوايا دائرة تحيط به فلننزل انه مُخمّس ابجده فنقسم كل واحدة
مِن زاويتى ج د بنصفين بخطى جز دز كما بيّن ببرهان ٩ مِن ١
وليكن التقاء الخطين على نقطة ز فاقول ان نقطة ز مركزٌ للدائرة

[1]) In codice: ببرهان

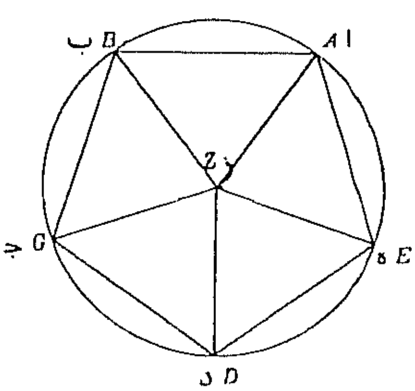
sunt; itaque ex III, 15 manifestum est, latera quinquanguli circulum $H\Theta KLM$ contingere. Circulus autem in figura inscriptus esse dicitur, ubi latera figurae circulum contingunt. Ergo iam in quinquangulo $ABGDE$ circulum $H\Theta KLM$ ab eo comprehensum construximus. Q. n. e. d.

Propositio XIV libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo circum quinqangulum datum aequilaterum et aequiangulum circulum eum comprehendentem construamus.

Quinquangulum $ABGDE$ supponamus. Ex I, 9 utrumque angulum G, D in binas partes aequales duabus lineis GZ, DZ diuidimus, quae duae lineae in puncto Z concurrant. Dico, punctum Z esse centrum circuli quinquangulum comprehendentis.

Demonstratio. Lineas ZB, ZA, ZE ducimus. Quoniam uterque angulus G, D, qui inter se aequales sunt, in binas partes aequales duabus lineis ZG, ZD diuisus est, et quia dimidiae partes magnitudinum inter se aequalium inter se aequales sunt, angulus ZGD angulo ZDG aequalis erit; quare ex I, 6 manifestum est, latus DZ lateri ZG aequale esse. Iam quoniam latus BG lateri GD aequale est, et iam demonstratum est, lineam ZG lineae ZD aequalem esse, duo latera ZD, DG trianguli ZDG duobus lateribus ZG, GB trianguli ZGB aequalia erunt. Uerum angulus ZDG angulo ZGB aequalis est; itaque basis ZB basi



التى تحيط بالمخمّس برهانه انا نُخرج خطوط زب زا زه فمن اجل ان زاويتى ج د المتساويتين قد قُسم كل واحدة منهما بنصفين بخطى زج زد فمن اجل ان انصاف المتساوية متساوية فزاوية زجد مساوية لزاوية زدج فظاهرٌ مِن برهان ٦ مِن ١ ان ضلع دز مساو لضلع زج فلان ضلع بج مساو لضلع جد وقد تبيّن ان خط زج مثل خط زد فضلعا زد دج مِن مثلث زدج مساويان لضلعى زج 58 r.
جب مِن مثلث زجب وزاوية زدج مساوية لزاوية زجب فقاعدة زب مساوية لقاعدة زج وكُنّا بيّنا ان خط زج مساو لخط زد فخطوط زج زد زب الثلثة متساوية وبهذا البرهان يتبيّن ان الخطين الباقيين ايضا متساويان اعنى خطى زا زه فالخطوط الخمسة الخارجة مِن نقطة ز الى زوايا المخمّس الخمس متساوية وظاهِرٌ انا اذا جعلنا علامة ز مركزًا وخططنا ببعد احد هذه الخطوط الخمسة دائرةً فان الدائرة تمرّ بنقط ا ب ج د ه فعلامة ز اذًا مركز الدائرة فقد خططنا على مخمّس ابجده دائرةً وذلك ما اردنا ان نبيّن

الشكل الخامس عشر مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل فى دائرة مفروضة شكلا مسدّسًا متساوى الاضلاع والزوايا تحيط به فننزل انها دائرة اجبد وقطرها دج ومركزها نقطة ه فنُبين كيف نعمل فيها شكلا مسدّسًا متساوى الاضلاع والزوايا فنجعل نقطة ج مركزًا ونخط ببعد جه دائرة هازب ونصل خطى اه هب ونُخرجهما على الاستقامة يقطعان دائرة ابج وينتهيان الى محيطها الى نقطتى حط ونصل بين اطراف

ZG aequalis est. Iam uero demonstraueramus, lineam ZG lineae ZD aequalem esse; itaque tres lineae ZG, ZD, ZB inter se aequales sunt.

Et eodem modo demonstratur, lineas quoque reliquas, scilicet duae lineae ZA, ZE, inter se aequales esse; itaque quinque lineae a puncto Z ad quinque angulos quinquanguli ductae inter se aequales sunt, et manifestum est, si puncto Z centro sumpto radio una harum quinque linearum circulum descripserimus, circulum per puncta A, B, G, D, E transire, ideoque punctum Z centrum circuli esse. Ergo iam circum quinquangulum $ABGDE$ circulum descripsimus. Q. n. e. d.

Propositio XV libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulo dato figuram sexangulam aequilateram et aequiangulam construamus ab eo comprehensam.

Supponimus circulum esse $ABGD$ et diametrum eius esse DG centrumque punctum E. Demonstrabimus, quo modo in eo figuram sexangulam aequilateram et aequiangulam construamus. Puncto G centro sumpto radio GE circulum $EAZB$ delineamus; duas lineas AE, EB ductas in directum producimus, ita ut circulum ABG secent et ad ambitum eius ad duo puncta H, Θ perueniant, terminosque lineis AG, GB, BH, HD, $D\Theta$, ΘA iungimus. Quoniam igitur centrum circuli $ABGD$ punctum E est, et ab eo ad ambitum duae lineae EA, EG ductae sunt, hae duae lineae inter se aequales sunt. Rursus quoniam punctum G centrum circuli EBZ est, et ab eo ad ambitum duae lineae GE, GA ductae sunt, linea AG lineae GE aequalis erit; itaque tres lineae inter se aequales sunt, scilicet lineae AE, EG, GA; quare triangulus AGE aequilaterus est. Itaque ex I, 32 manifestum est, singulos angulos eius duas partes tertiae recti esse; $\angle AEG$ igitur duae partes tertiae recti. Et similiter demonstratur, triangulum

النقط بخطوط اج جب بح حد دط طا فمن اجل ان مركز دائرة
ابجد نقطة ه وقد خرج منها الى المحيط خطا دا هج فهما اذًا
متساويان وايضًا فلان نقطة ج مركز دائرة هبز وقد خرج منها الى
المحيط خطا جه جا فخط اج مثل خط جه فالخطوط الثلثة متساوية
اعنى خطوط اه هج جا فمثلث اجه متساوى الاضلاع فظاهرٌ مِن
برهان ٣٢ مِن ١ ان كل زاوية مِن زواياه ثلثا قائمةٍ فزاوية اهج
ثلثا قائمةٍ وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان مثلث بهج متساوى
الاضلاع فزاوية بهج ايضا ثلثا قائمة فجميع زاوية اهب اذًا قائمةٌ
وثلثٌ ومِن اجل ان خط اه قائم على خط طب المستقيم فظاهرٌ
مِن برهان ١٣ مِن ١ ان زاويتى طها اهب مساويتان لزاويتين
قائمتين وقد تبيّن ان زاوية اهب قائمة وثلث فتبقى زاوية طها ثلثى
قائمةٍ ومِن اجل ان خطى اح طب يتقاطعان على نقطة ه فظاهرٌ
مِن برهان ١٥ مِن ١ ان زاوية اهط مساوية لزاوية بهح فزاوية بهح
اذا ثلثا قائمةٍ وبهذا البرهان يتبيّن ان زاوية اهج مساوية لزاوية
دهح فزاوية دهح ايضا ثلثا قائمةٍ واذا كانت زوايا متساوية على مركز
دائرةٍ او على المحيط فانها على قسىّ متساوية وذلك بيّنٌ مِن
برهان ٢٥ مِن ٣ فقسى اج جب بح حد دط طا متساوية والقسى
المتساوية مِن دائرة واحدة فانه تفصلها اوتارٌ متساوية وذلك ظاهرٌ
مِن برهان ٢٨ مِن ٣ فالاضلاع الستة المحيطة بالمسدّس الذى فى
دائرة ابجد متساوية ونُبيّن الآن ان زواياه ايضا متساوية فمن اجل
ان قوس دح مساوية لقوس بج وناخذ قوس دطاج مشتركة فجميع
قوس حدطاج مساوية لجميع قوس بجاطد والقسى المتساوية مِن

BEG aequilaterum esse; quare etiam $\angle BEG$ duae tertiae partes recti; totus igitur angulus AEB aequalis est recto cum tertia parte recti.

Et quoniam linea AE ad rectam lineam ΘB erecta est, ex I, 13 manifestum est, duos angulos ΘEA, AEB duobus angulis rectis aequales esse. Iam autem demonstratum est, angulum AEB aequalem esse recto cum tertia parte recti; relinquitur igitur $\angle \Theta EA$ duabus partibus tertiis recti aequalis. Et quoniam duae lineae AH, ΘB in puncto E inter se secant, ex I, 15 manifestum est, angulum $AE\Theta$ angulo BEH aequalem esse; quare $\angle BEH$ duabus partibus tertiis recti aequalis est. Et eodem modo demonstratur, angulum AEG angulo DEH aequalem esse; quare etiam $\angle DEH$ duabus partibus tertiis recti aequalis est*). Et si anguli inter se aequales ad centrum circuli uel ad ambitum positi sunt, in arcubus inter se aequalibus sunt, ut ex III, 25 adparet; quare arcus AG, GB, BH, HD, $D\Theta$, ΘA inter se aequales sunt. Arcus autem inter se aequales eiusdem circuli chordae inter se aequales abscindunt, ut ex III, 28 adparet; quare sex latera, quae sexangulum in circulo $ABGD$ positum comprehendunt, inter se aequalia sunt. Iam uero demonstrabimus, angulos quoque eius inter se aequales esse. Nam quoniam arcus DH arcui BG aequalis est, arcu $D\Theta AG$ communi sumpto totus arcus $HD\Theta AG$ toti arcui $BGA\Theta D$ aequalis erit. Sed arcus inter se aequales eiusdem circuli ex III, 26 angulis inter se aequalibus oppositi sunt; quare angulus HBG angulo DHB aequalis erit. Et eodem modo demonstratur, omnes angulos sexanguli inter se aequales esse. Ergo iam in circulo $ABGD$ dato figuram sexangulam aequilateram et aequiangulam ab eo comprehensam construximus. Q. n. e. d.

In reliquis autem tribus figuris [sc. sexanguli] deinceps eodem modo procedimus, ut diximus, ad circulum figuram sexangulam aequilateram et aequiangulam construentes eum com-

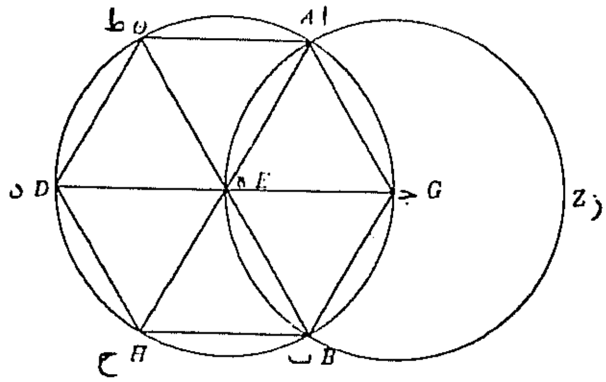
---

*) Deest demonstratio, esse $\angle DE\Theta = \frac{2}{3}$ R.

دائرة واحدة فانّها توتر زوايا متساوية كما بُيّن ببرهان ٢٩ مِن ٣ فزاوية حبج مساوية لزاوية دحب وهكذا يتبيّن انّ سائر زوايا المسدّس متساوية فقد عملنا فى دائرة ابجد المفروضة شكلا مسدّسًا متساوى الاضلاع والزوايا تحيط به وذلك ما اردنا ان نبيّن ونقّفو فى باقى الثلث الصور الباقية مثل الذى دبّرنا مِن امرٍ بان نعمل على دائرة ايضًا شكلا مسدّسًا متساوى الاضلاع والزوايا تُحيط بها(¹ ونعمل على مسدّس معلوم متساوى الاضلاع والزوايا دائرة 58 u. تحيط به ونعمل فى مسدّس(¹ معلومٍ متساوى الاضلاع والزوايا دائرةً يحيط بها وقد تبيّن ايضًا ان ضلع المسدّس المعمول فى دائرةٍ مساوٍ لنصف قطر تلك الدائرة قال ايرُن قد يُسال قومٌ فيقولون لماذا وضعَ الرياضىُ رسمَ المسدّس ولم يضع رسم المعشّر فان قال قائل ان المسدّس يُحتاج اليه فى الاشكال السطحيّة التى هى مقدمة للمجسّمات فنقول نحن ان الحاجَة الى المعشّر ايضا ليس بِدُونِ(² الحاجَة الى المسدّس فى المجسّمات وايضًا فان رسم المسدّس والمعشّر بيّن وذلك لانا اذا رسمنا فى الدائرة المفروضة مثلثا متساوى الاضلاع وقسمنا قسيّ الاضلاع كل واحدة بنصفين ووصلنا العلامات نكون قد رسمنا فى الدائرة المفروضة شكلا مسدّسا متساوى الاضلاع والزوايا وكذلك نفعل فى المعشّر بان نرسم فى الدائرة مُخمّسا فلما كانت هذه الاشكال بيّنة على ما وصفنا وضع رسم المسدّس وترك رسم المعشّر فامّا نحن فنقول فى ذلك ان الرياضى لم يضع رسمَ المسدّس لهذا لكن لَانْ يُبَرهِنَ فيه انه اذا كان فى دائرة مسدّسٌ متساوى الاضلاع

²) Sic in margine.

prehendentem, et dato sexangulo aequilatero et aequiangulo circulum construentes eum comprehendentem, et dato sexangulo aequilatero et aequiangulo circulum construentes ab eo comprehensum. Simul autem demonstratum est, latus sexanguli in circulo inscripti dimidiae diametro eius circuli aequale esse.



Hero dixit: Sunt, qui quaerant dicentes: cur geometra descriptionem sexanguli adposuit, decagoni non adposuit? Si quis dixerit, in figuris planis, quae bases sunt figurarum solidarum, sexangulo opus esse, dicemus, in figuris solidis non minus decagono quam sexangulo opus esse. Praeterea descriptio sexanguli et decagoni aeque manifesta est; ubi enim in circulo dato triangulum aequilaterum descripserimus et arcubus laterum in binas partes aequales diuisis puncta diuisionis iunxerimus, in dato circulo sexangulum aequilaterum et aequiangulum delineauerimus, et eodem modo in decagono agimus quinquangulo in circulo descripto. Quamquam igitur hae figurae, ita ut indicauimus, aeque perspicuae sunt, descriptionem sexanguli adposuit, decagoni omisit.

1-1) In codice (uerba unculis inclusa deleta sunt): (ونعمل على مسدّس معلوم متساوى الاضلاع والزوايا يحيط بها) ونعمل على مسدّس معلوم متساوى الاضلاع والزوايا دائرة تحيط به (ونعمل فى مسدّس معلوم متساوى الاضلاع والزوايا دائرة تحيط به) ونعمل فى مسدس

والزوايا فانّ ضلع المسدّس مساو للخط المُخرج مِن المركز الى المحيط واذا كان الخط المُخرج مِن المركز الى المحيط مساويا لضلع شكلٍ متساوى الاضلاع فى الدائرة فانه ضلعُ مسدّس لان هذا يحتاج اليه ضرورةً فى اشكال المجسّمات وانا اقول ما قال ايرُن وازيد زيادة ليست باليسيرة وهى انه مع انه يُستشهدُ به فى المجسّمات فانه قد دلّ به على عمل سائر الاشكال التى تجرى مجراه مِن معشّر وغيره ∴

الشكل السادس عشر مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نرسم فى دائرة مفروضة شكلا ذَا خمس عشرة قاعدة متساويات ومتساوى الزوايا تحيط به الدائرة فننزل انها دائرة ابج فلنوقع فى الدائرة خط اج وليكن مساويًا لضلع المثلث الذى يقع فى هذه الدائرة كما بيّن ببرهان ١ مِن ٤ فظاهر ان خط اج يفصل قوسًا تقبل خمس قواعدَ مِن اضلاع ذى الخمس عشرة قاعدةً وايضا فانا نخرج مِن نقطة ا خط اب فى قوس اج مساويًا لضلع المخمّس الذى يقع فى دائرة ابج فمن البيّن ايضا ان خط اب يفصل قوسًا تقبل ثلث قواعدَ مِن قواعد ذى الخمس عشرة قاعدةً فيبقى اذًا قوس بج التى هى فضل القوس العظمى على الصغرى فظاهر انها تقبل قاعدتين مِن قواعد ذى الخمس عشرة قاعدة فنقسم اذًا قوس جب بنصفين على نقطة د كما بُيّن ببرهان ٢٩ مِن ٣ وكل واحدة مِن قوسَى بد دج تقبل خطًا

Nosmet igitur de hac re dicimus, geometram non eo de causa descriptionem sexanguli adposuisse*), sed quia inde demonstrare uult, si in circulo sexangulus aequilaterus et aequiangulus descriptus sit, latus sexanguli lineae a centro ad ambitum ductae aequale esse, et si linea a centro ad ambitum ducta lateri figurae aequilaterae in circulo descriptae aequale sit, latus id esse sexanguli; his enim in figuris solidis omnino opus est.

Ego autem idem dico, quod dicit Hero, et praeterea hoc addo haud leuis momenti; quamuis enim haec in figuris solidis usurpat, tamen etiam his constructionem omnium figurarum significat, quae eodem modo se habent, cum decagoni tum celerarum.

Propositio XVI libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in dato circulo figuram inscribamus, quae XV bases inter se aequales habeat et aequiangulus sit circuloque comprehendatur

Circulum ABG ponimus, et in circulum linea AG incidat, quae aequalis sit lateri trianguli in hoc circulo inscripti, sicut in IV, 1 demonstratum est. Manifestum igitur est, lineam AG arcum abscindere, qui V bases capiat ex lateribus figurae XV basium. Rursus a puncto A in arcu AG lineam AB ducimus lateri quinquanguli in circulo ABG inscripti aequalem. Manifestum igitur est, lineam AB arcum abscindere, qui tres bases capiat ex basibus figurae XV basium. Relinquitur igitur arcus BG, quo arcus maior a minore differt; quare adparet, eum duas bases capere ex basibus figurae XV basium. Secto igitur arcu GB in duas partes aequales in puncto D, sicut in propositione III, 29 demonstratum est, uterque arcus BD, DG lineam capit lateri figurae

*) Scilicet quod sexangulo in figuris solidis opus est (Gherardus male: quod est manifesta eius descriptio).

مساويًا لضلع[1] ذى الخمس عشرة قاعدة وذلك بُيّنْ مِن برهان ۲۸ مِن ۳ فاذا قسمنا باقى قوس جاب بقوس جد بان نبتدى مِن نقطة جَ فنخرج فى قوس جا خطًا مساويًا لوتر جد كما بُيّن ببرهان ا مِن ۴ ثم لا نزال نفعل ذلك حتى يستو فى جميع قوس جاب فنكون حينيذ قد قسمنا محيط دائرة ابجَ بخمسة عشر قسمًا متساوية توترها خطوطٌ مستقيمة فنكون قد عملنا شكلا ذا خمس عشرة قاعدة متساويات ومتساوى الزوايا ونعلم تساوىَ زواياهُ كما علمنا زوايا شكلى المخمّس والمسدّس وذلك ما اردنا ان نبين

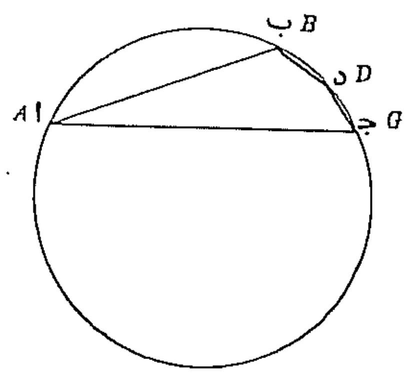
قال أيرُنّ هذا الشكل على ما قالَهُ الرياضى وقد يُحتاج اليه فى 59 r.
الأكَرِ التى تُعلّق لانّ فى هذه الأكَرِ يحتاج ان تكون القوس التى بين دائرة مُعدّل النهار وبَيْنَ كل واحدة مِن دائرتى المنقلبين قوسًا يقع فيه شكلْ ذو اثنى عشرة[2] قاعدة وقد ذكر ذلك المنجّمون بان القوس التى بين دائرة معدّل النهار واحدى دائرتى المنقلبين مِن الدوائر التى تمرّ باقطاب الكُرَةِ اعنى اقطابَ الكل تقبل شكلًا ذا اثنى[3] عشرة قاعدةً متساويات ومِن اجل هذا ذكرَهُ الرياضىُ لِاَن لا يدعُ شيًا غير مُبَرهَن واذ قد اتّضح ما قُلنا وتبيّن الاشكالُ كلُها بيانًا واضحًا فانّا لا نتثاقل ان نضع شكلا يُمكن به مَن ارادَ ان يرسم على شكل متساوى الاضلاع كثير الزوايا دائرةً وكذلك اِن اراد ان يرسم فى داخلهِ دائرة ونقدم لذلك مقدمةً فنقول كل شكل يحيط به خطوطٌ مستقيمة متساوى الاضلاع والزوايا فان فى

---

[1] Supra scriptum; in textu لخط
[2] In margine additum.
[3] In codice اثنتى

XV basium aequalem; quod ex III, 28 adparet. Diuisa igitur per arcum GD reliqua parte arcus GAB, ita ut a puncto G incipiamus, ex IV, 1 in arcu GA lineam ducimus chordae GD aequalem, et ita pergimus, donec idem per totum arcum GAB factum sit.

Iam igitur ambitum circuli ABG in XV partes inter se aequales diuisimus, sub quibus rectae lineae subtendunt; ergo figuram construximus quindecim basium inter se aequalium et aequiangulum; angulorum enim aequalitatem eadem ratione demonstramus, qua in angulis quinquanguli et sexanguli usi sumus. Q. n. e. d.



Hero dixit: Haec propositio cum iis, quae docet Geometra, consentit, et ea opus erat in sphaeris sublimibus;*) in illis enim arcus inter circulum aequinoctialem et utrumque circulum tropicum eius modi esse debet, ut in eum figura cadat XII basium. Quod astronomi ita proposuerunt, arcum inter circulum aequinoctialem et utrumque circulum tropicum positum eorum circulorum, qui per polos sphaerae, h. e. polos uniuersi, transeant, figuram capere XII basium inter se aequalium; qua de causa Geometra hoc exposuit, ne quid relinqueret non demonstratum.

Iam cum manifesta sint, quae diximus, omnesque propositiones manifesto demonstratae sint, non dubitamus propositionem exponere, cuius ope quiuis circum polygonum aequilaterum**) idemque, si uoluerit, in eo circulum describere possit.

Qua in re hoc praemittimus: intra quamlibet figuram rectis lineis comprehensam laterum angulorumque inter se aequalium

*) Cfr. scholl. in Eucl. Elem. IV p. 272, 3 sqq., Proclus in Eucl. p. 269, 11 sqq., unde adparet, quid Arabs in sequentibus omnia confundens dicere debuerit; idem praebet Gherardus Cremon. p. 152.

**) Figuram equalium laterum et equalium angulorum Gherardus p. 152, 15 melius.

داخله نقطة كل الخطوط المستقيمة الخارجة منها الى زوايا الشكل متساوية وايضا فاقول ان كل الاعمدة الخارجة من تلك النقطة الى اضلاع الشكل فهى ايضا متساوية وهذه النقطة مركز الشكل الكثير الزوايا ومركز الدائرة المخطوطة عليه والمخطوطة فيه مثال ذلك انا نفرض شكل ابجدهز ونُنزل انه متساوى الاضلاع والزوايا فاقول ان فى داخله نقطة كما ذكرنا ببرهان ذلك انا نقسم زاويتين من زواياه كل واحدة منهما بنصفين فلتكونا متتاليتين ونُنزل انهما زاويتا ابج بجد بخطى بح حج وتتلاقيان داخل الشكل على نقطة ح فاقول ان علامة ح مركز الشكل والدائرة المرسومة خارجه برهانه ان زاوية جبح مساوية لزاوية بجح فخط بح اذًا مساو لخط جح وايضا فان خط اب مساو لخط بج وخط جح مساو لخط بح فخطا اب بح من مثلث ابح مساويان لخطى بج جح من مثلث بجح كل ضلع لنظيره وزاوية ابح مساوية لزاوية بجح فقاعدة بح مساوية لقاعدة اح فخطوط جح بح اح الثلثة متساوية وزاوية باح مساوية لزاوية جبح ولان جميع زاوية زاب مساوية لجميع زاوية ابج وزاوية ابج ضعف زاوية جبح فان زاوية زاب ضعف زاوية باح فزاوية زاح اذًا مساوية لزاوية باح فقد انقسمت زاوية زاب ايضا بنصفين بخط اح وتساوت خطوط اح بح جح وبمثل هذا البرهان يتبين ان سائر الخطوط الخارجة من نقطة ح الى زوايا الشكل كلها متساوية فعلى مركز ح وببعد واحد من هذه الخطوط الخارجة الى الزوايا نخط دائرة تحيط بشكل ابجدهز ويقول ايضا ان الدائرة المعمولة فى شكل ابجدهز مركزها هذه النقطة وان

punctum est, a quo quae ad angulos figurae proficiscuntur lineae rectae, omnes inter se aequales sunt.

Praeterea dico: rectae perpendiculares, quae ab hoc puncto ad latera figurae proficiscuntur, ipsae quoque omnes inter se aequales sunt, et hoc punctum centrum est polygoni et idem centrum circuli circum polygonum et circuli in eo delineati.

Exemplificatio. Data figura $ABGDEZ$ supponimus, eam esse aequilateram et aequiangulam.

Dico, intra eam esse punctum, quale in hac propositione commemorauerimus. Duos angulos eius deinceps positos in binas partes diuidimus. Supponimus, eos esse duos angulos ABG, BGD duabus lineis BH, HG diuisos, quae intra figuram in puncto H concurrant. Dico, punctum H esse centrum figurae et circuli circum eam delineati.

Demonstratio. Angulus GBH angulo BGH aequalis est; quare linea BH lineae GH aequalis. Rursus linea AB lineae BG aequalis est. Et linea GH lineae BH aequalis; itaque duae lineae AB, BH trianguli ABH duabus lineis BG, GH trianguli BGH singulae singulis aequales sunt. Et $\angle ABH = BGH$; itaque basis BH basi AH aequalis est, et tres lineae GH, BH, AH inter se aequales, et $\angle BAH = GBH$. Iam quoniam totus angulus ZAB toti angulo ABG aequalis est, et angulus ABG angulo GBH duplo maior, angulus ZAB angulo BAH duplo maior est; angulus ZAH igitur angulo BAH aequalis. Itaque angulus ZAB linea AH in duas partes aequales diuisus est, et lineae AH, BH, GH inter se aequales sunt.

Simili ratione demonstratur, ceteras lineas a puncto H ad omnes angulos figurae ductas inter se aequales esse. Ergo centro puncto H et radio una linearum ad angulos ductarum circulum figuram $ABGDEZ$ comprehendentem delineamus.

Dicit praeterea, hoc punctum esse centrum circuli in figura $ABGDEZ$ descripti et ambitum eius per puncta transire, in quibus perpendiculares a puncto H ad latera figurae ductae de-

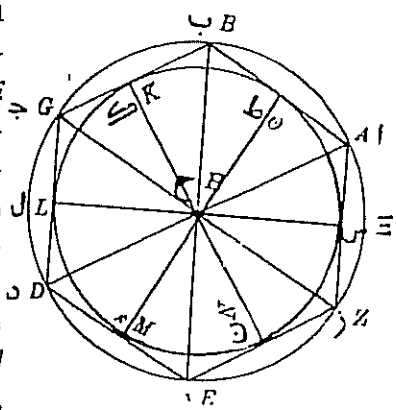
محيطها يمرّ بالنقط التى اليها انتهت الاعمدة الخارجة مِن نقطة ح الى اضلاع الشكل فنخرج اعمدة حط حك حل حم حن حس ولان زاوية حطب مساوية لزاوية حكب وزاوية حبط مساوية لزاوية حبك وناخذ خط حب مُشتركًا فظاهر مِن برهان ٢٦ مِن ١ ان خط حط مساو لخط حك وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان سائر خطوط حل حم حن حس متساوية فظاهر انا متى جعلنا نقطة ح مركزا وخططنا[1] ببعد احد هذه الخطوط دائرةً فانها تجوز على جميع نقط ط ك ل م ن س وخطوط اب بج جد ده هز اعمدة على الخطوط الخارجة مِن نقطة ح التى هى المركز فظاهر مِن برهان ١٤ مِن ٣ ان اضلاع الشكل مماسّة للدائرة المعمولة فيه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

وقال ايرن ايضا[2] ولنُبيّن ان الخطين المستقيمين اللذين يقسمان زاويتى ابج بجد بنصفين يلتقيان داخل شكل ابجدهز فنفرض شكلا متساوى الاضلاع والزوايا وليكن مسدّسًا عليه ا ب ج د ه ز ونصل خطوط بد دز زب زج جه فمن اجل انّ خطى بج جد مساويان لخطى اب از وزاوية دجب مساوية لزاوية زاب فانّ قاعدة زب مساوية لقاعدة بد وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا فزاوية ابز مساوية لزاوية جبد ومِن اجل ان زاوية ابج قد انقسمت بنصفين بخط بح وصارت زاوية ابز مساوية لزاوية دبج 59 u.

[1] In textu مركز او خططنا

[2] Haec uerba in summa pagina separatim scripta sunt postea, ut uidetur, addita.

sinant. Perpendiculares $H\Theta$, HK, HL, HM, HN, $H\Xi$ ducimus. Quoniam igitur $\angle H\Theta B = HKB$ et $\angle HB\Theta = HBK$, et lineam HB communem sumpsimus, ex I, 26 manifestum est, lineam $H\Theta$ lineae HK aequalem esse. Et simili ratione demonstratur, reliquas lineas HL, HM, HN, $H\Xi$ inter se aequales esse. Manifestum est igitur, si puncto H centro sumpto radioque una harum linearum circulum delineauerimus, eum per omnia puncta Θ, K, L, M, N, Ξ transire. Lineae autem AB, BG, GD, DE, EZ [ZA] ad lineas a puncto H ductas, quod centrum est, perpendiculares sunt; itaque ex III, 14 (Scr. 15) manifestum est, latera figurae circulum in ea descriptum contingere. Q. n. e. d.

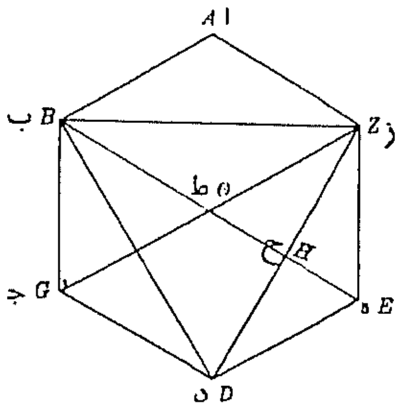


Hero rursus dixit: Demonstremus, duas lineas rectas, quae duos angulos ABG, BGD in binas partes aequales diuidant, intra figuram $ABGDEZ$ concurrere.

Supponimus figuram aequilateram et aequiangulam, quae sit sexangulum $ABGDEZ$, et lineas BD, DZ, ZB, ZG, GE ducimus. Quoniam igitur duae lineae BG, GD duabus lineis AB, AZ aequales sunt, et angulus DGB angulo ZAB aequalis, basis ZB basi BD aequalis erit, et reliqui anguli reliquis angulis aequales; itaque $\angle ABZ = GBD$. Et quoniam angulus ABG linea BH in duas partes aequales diuisus est, et angulus ABZ angulo DBG aequalis est, erit $\angle ZBH = DBH$. Iam quoniam linea ZB lineae DB aequalis est, [linea] HB communi sumpta duae lineae ZB, BH duabus lineis DB, BH aequales sunt. Et $\angle ZBH = DBH$; quare etiam basis ZH basi HD aequalis est, et $\angle ZHB = DHB$; itaque angulus ZHB rectus est. Ducta igitur linea EH, quoniam $ZE = ED$, et linea EH communis est, duae lineae ZE, EH dua-

فان زاوية زبح مساوية لزاوية دبح ومن اجل ان خط زب مثل خط دب فانا اذا اخذنا حب مشتركًا يكون خطا زب بح مثل خطى دب بح وزاوية زبح مساوية لزاوية دبح فقاعدة زح مثل قاعدة حد وزاوية زحب مثل زاوية دحب فزاوية زحب اذًا قائمة ونصِلُ خط هح فمن اجل ان زه مثل هد وخط هح مشترك يكون كلا زه هح مثل كلى ده هح وقاعدة حز مثل قاعدة حد فزاوية دحه مساوية لزاوية زحه فزاوية زحه قائمة وقد تبيّن ان زاوية زحب ايضا قائمة فخط هحب اذًا مستقيم فالخط اذًا القاسم لزاوية بجد بنصفين خط جز وقد انتهى الى زاوية ازد وقطع خط بحه القاسم لزاوية ابج بنصفين على نقطة ط داخل الشكل وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ فامّا فى الاشكال التى عددُ اضلاعها فردٌ فان الخطين اللذين يقسمان زاويتى ب ج يقعان اعمدةً على اضلاع الشكل وتبيّن ايضا انهما يلتقيان داخل الشكل وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ تمت المقالة الرابعة بحمد الله ومنّه

bus lineis DE, EH aequales sunt. Et basis HZ basi HD aequalis; itaque $\angle DHE = ZHE$; quare angulus ZHE rectus est. Uerum iam demonstratum est, angulum ZHB ipsum quoque rectum esse; itaque linea EHB recta est. Ergo linea, quae angulum BGD in duas partes aequales diuidit, scilicet linea GZ, et ad angulum AZD peruenit et lineam BHE, quae angulum ABG in duas partes aequales diuidit, in puncto Θ intra figuram posito secat. Q. n. e. d.



In figuris, in quibus numerus laterum impar est, duae lineae, quae duos angulos B, G diuidunt, perpendiculares sunt ad latera figurae. Et etiam demonstratum est, eas intra figuram concurrere. Q. n. e. d.

Finis libri quarti. Cum laude Dei et gratia eius.

CODEX LEIDENSIS

399,1.

EUCLIDIS ELEMENTA

EX INTERPRETATIONE AL-HADSCHDSCHADSCHII

CUM COMMENTARIIS AL-NARIZII.

ARABICE ET LATINE EDIDERUNT

NOTISQUE INSTRUXERUNT

G. JUNGE, J. RAEDER, W. THOMSON.

PARTIS III FASCICULUS II.

HAUNIAE MCMXXXII

IN LIBRARIA GYLDENDALIANA

G. B. N. F.

TYPIS EXCUDIT J. J. AUGUSTIN GLUECKSTADIENSIS

المقالة الخامسة من كتاب الاصول لاوقليدس

بسم الله الرحمن الرحيم

قال اوقليدس المقدار الاصغر يكون جُزءًا من المقدار الاعظم متى كان يُقدّر الاعظمَ[1] ∴ ويكون الاعظمُ اضعاف[2] الاصغر متى كان يقع عليه التقدير بالاصغر قال المفسّر ذكر الرياضى الجزء دون الاجزآء لاستعماله الاضعافَ فى الاقدار المتناسبة وايضا فان ذكره للجزء قدّمه على الاجزآء ∴ قال اوقليدس النسبة[3] هى اضافة مّا فى القدر بين مقدارين من جنس واحد قال المفسّر اراد الرياضى بقوله اضافة مّا انّ المضاف بعض المقولات العشر فذكرَهُ ليدلّ على انها فى احد المقولات وقوله فى القدر ليفصل به من سائر المقولات ويجعلها فى مقولة واحدة وهى الكم وبين مقدارين اراد الحال التى لاحد المقدارين عند الاخر لان النسبة هى حال قدر واحد عند قدر اخر من

---

[1] In margine (atramento rubro): الجزء هو مقدار من مقدار كالاصغر من الاعظم اذا كان يعدّ الاعظم ∴
Pars est magnitudo magnitudinis, ut minor maioris, si maiorem numerat.

[2] In margine (atramento rubro): ذو الاضعاف هو الاعظم من الاصغر اذا كان يُعَدُّ بالاصغر *
Multiplex est maior minoris, quando per minorem numeratur.

Liber quintus Elementorum Euclidis.

In nomine Dei miseratoris misericordis.

Euclides dixit: Magnitudo minor pars est magnitudinis maioris, si maiorem metitur[1]). Maior autem multiplex[2]) est minoris, si mensura eius per minorem fit.

Commentator dixit: Geometra „partem" adhibet, non „partes", quia multiplex de magnitudinibus proportionalibus adhibet.

Rursus usum partis praetulit prae „partibus".

Euclides dixit: Ratio[3]) est relatio aliqua in quantitate inter duas magnitudines eiusdem generis.

Commentator dixit: Geometra uerbis, quae sunt „relatio aliqua", hoc dicere uult, „relatum" unum esse ex decem praedicamentis[4]). Et adhibet haec uerba, ut significet, eam (i. e. rationem) uno ex praedicamentis comprehendi. Uerba autem „in quantitate" adhibet, ut per ea distinguat [illud praedicamentum] a ceteris praedicamentis et ut ponat eam (i. e. rationem) in uno praedicamento, quod sit quantitatis. Uerbis autem „inter duas magnitudines" dicere uult statum alterius ad alteram, quia ratio est alterius magnitudinis status ad alteram magnitudinem eiusdem generis, uelut aut lineae ad lineam status

---

[3]) In margine (atramento rubro): النسبة هى ايّية مُقدِّر مقدارين متجانسين كل واحد منها من الآخر اىّ قدر كان ∴
Ratio est modus metiendi duarum magnitudinum eiusdem generis, quae altera alteram metiuntur, quaecunque est mensura.

[4]) i. e. ex Aristotelis categoriis.

جنسٍ واحد امّا حال الخط عند الخط وامّا حال السطح عند السطح وامّا حال المجسّم عند المجسّم وامّا حال العدد عند العدد وامّا حال القول عند القول وامّا حال الزمان عند الزمان وامّا حال المكان عند المكان وهذه الحال التي لاحد المقدارين عند الاخر هي اضافة احد المقدارين الى الاخر اعني تقديرَه به وهذه الحال تشتمل عليها جنسان احدهما حال الاشتراك
60 r. | والاخر حال التبايُن امّا حال الاشتراك فهو ان يكون للمقدارين مقدارٌ اخر يعدّهما جميعًا او يكون احدهما يعدّ الاخر فان كان احدهما يعدّ الآخر فان حال الاصغر عند الاعظم هو حال الجزء وحال الاعظم عند الاصغر هو حال الاضعاف فان فضلت من الاعظم فضلةٌ هي اصغر من المقدار الاصغر فليس يخلو هذه الفضلة امّا ان تعدّ المقدارَ الاصغرَ وتستغرقه بالعدّ وامّا ان تفضل من الاصغر فضلةٌ هي اصغرُ من الفضلة الاولى فان كان تعدُّ هذه الفضلةُ المقدارَ الاصغرَ وتستغرقهُ بالعدّ فان تلك الفضلة هي المقدار الثالث الذى يعدّ المقدارين المشتركين وان فضلت فضلةٌ هي اصغرُ من الفضلة الاولى فليس يخلو ايضا اما ان تكون تعدّ هذه الفضلة الثانية الفضلة الاولى وتستغرقها بالعدّ او تفضلُ فضلةٌ اصغر من الفضلة الثانية فان عدّها واستغرقها بالعدّ فان تلك الفضلة اعني الفضلةَ الثانيةَ هي المقدار الثالث الذى يعدّ المقدارين المشتركين جميعًا وان فضلت منها فضلةٌ هي اصغر من الفضلة الثانية فانّ هذه الحال من التفاضُل ليست تخلو من جهتين امّا ان ينتهى عدد الفضلاتِ الى فضلة تعدّ التي قبلها وتستغرقها فتكون تلك الفضلة هي المقدار الثالث الذى يُقدّر المقدارين ويكون حالُ الاصغر عند الاعظم حالَ الاجزآء وتلك الفضلة هي

aut superficiei ad superficiem aut solidi ad solidum aut numeri ad numerum aut dicti ad dictum aut temporis ad tempus aut loci ad locum.[1]) Status ille alterius magnitudinis ad alteram relatio est alterius duarum magnitudinum ad alteram, i. e. mensura alterius per alteram.[1]) Qui status ex duobus generibus constat, scilicet commensurabilitatis et incommensurabilitatis.[2]) Status igitur commensurabilitatis hic est, quod utramque magnitudinem alia magnitudo simul numerat, uel quod altera alteram numerat. Si altera alteram numerat, status minoris ad maiorem partis est status, maioris uero ad minorem multiplicis status. Sin ex maiore residuum relinquitur, quod minus est magnitudine minore, fieri non potest, quin aut hoc residuum magnitudinem minorem numeret numerandoque consumat, aut ex magnitudine minore residuum relinquatur minus residuo primo. Quod si hoc residuum magnitudinem minorem numerat numerandoque consumit, tertia id magnitudo est, quae duas magnitudines commensurabiles numerat. Sin residuum relinquitur primo residuo minus, rursus fieri nequit, quin aut secundum residuum primum residuum numeret numerandoque consumat, aut residuum relinquatur secundo residuo minus. Si igitur illud numerat numerandoque consumit, hoc residuum, scilicet secundum, tertia est magnitudo, quae ambas magnitudines commensurabiles simul numerat. Sin inde residuum relinquitur secundo residuo minus, fieri nequit, quin hic status residui alterutrius generis sit, scilicet aut ut numeratio residuorum in eo residuo desinat, quod praecedens residuum numeret et consumat, ita ut hoc residuum tertia sit magnitudo, quae duas illas metitur, et status minoris ad maiorem partium sit status residuumque hoc una pars partium maioris, aut ut res non desinat in residuo, quod praecedens residuum numerando consumat, sed ex duabus illis residuum in infinitum semper relinquatur. Qui status alterius magnitudinis ad alteram incommensurabilitatis est status.

60 r.

[1-1]) Haec Gh. Cr. omisit.

[2]) Cfr. adnotat. infra p. 204. C. J.

جزء من اجزآء الاعظم او لا ينتهى به الامر الى فضلة تستغرق الفضلة التى قبلها بالعدّ لكن لا يزال التفاضل بينهما ابدًا الى غير نهاية وهذه الحال التى لاحد المقدارين عند الاخر هى حال التباين قال اوقليدس التناسب اشتباه النسب واقل ما يكون فى ثلثة مقادير قال المفسّر التشابهُ فى النسبة يكون اذا كانت المقادير اكثر من مقدارين فتكون نسبة الاول الى الثانى كنسبة[1] قدرٍ آخر عند قدر آخر امّا كنسبة الثانى عند الثالث والثالث عند الرابع وكذلك على توالى المقادير وامّا كنسبة الاول عند الثانى والثالث عند الرابع والخامس عند السادس وكذلك على توالى المقادير واقل ما يكون هذا التشابه فى ثلثة مقادير والتشابهُ هو مقايسة الحال التى بين مقدارين الى الحال التى بين المقدارين الذين هما[2] على نسبته فمتى كانت تلك الحال التى بين المقدارين الاولين هى الحال التى بين المقدارين الآخرين قيل حينئذ انّ هذه الحال هى حالُ التشابُه فى النسبة ومتى لم يكن كذلك لم تكن حينئذ هذه الحال هى حالُ التشابه ولم يكن تناسُب وانّما قال تشابُه لان هذه الحال هى كيفيّة لا كمّيّة لان الحال التى بين المقدارين الاولين ان كانت حال المساواة كانت الحال التى بين المقدارين الآخرين ايضًا حال المساواة وان كانت الحال التى بين المقدارين الاولين هى حال الاضعاف او حال الجزء او حال الاجزآء او سائر احوال النسبة التى هى للمقادير المشتركة كانت الحال ايضا بين المقدارين الاخرين تلك الحال بعينها وهذه كيفيّات لا كمّيّات وكذلك الحالُ فى المقادير المتباينة[3] فانه ان كانت

---

[1]) Repetitum.

[2]) Supra insertum.

[3]) المتناسبة صح in margine. Cfr. adnot. 3, pag. 7.

Euclides dixit: Proportio est aequalitas rationum, et in tribus minimum est magnitudinibus.

Commentator dixit: Aequalitas rationum est, ubi propositis plus quam duabus magnitudinibus ratio primae ad secundam aequalis est rationi alterius magnitudinis ad aliam magnitudinem, aut rationi secundae ad tertiam, tertiae ad quartam et ita deinceps secundum seriem continuam magnitudinum,[1]) aut rationi primae ad secundam, tertiae ad quartam, quintae ad sextam et ita deinceps secundum seriem continuam magnitudinum.[1]) Quae aequalitas in tribus minimum magnitudinibus est. Et aequalitas est comparatio status duarum magnitudinum cum statu duarum magnitudinum in eadem ratione. Si status duarum priorum magnitudinum idem est, qui duarum aliarum magnitudinum est, is status aequalitatis esse dicitur in ratione; sin ita non est, tunc is status aequalitatis non est nec proportio exstat.

Dixit [Euclides] „aequalitas", quia status ille qualitatis est, non quantitatis. Nam si status duarum primarum magnitudinum aequalitatis est, status[2]) duarum reliquarum magnitudinum ipse quoque status aequalitatis est; si[2]) status duarum primarum magnitudinum status multiplicis est aut status partis aut status partium aut cuiuslibet alius rationis, quae inter magnitudines commensurabiles est, status duarum reliquarum magnitudinum ipse quoque idem est. Quae qualitates sunt, non quantitates,

In magnitudinibus incommensurabilibus[3]) status idem est. Nam si uerbi causa trium magnitudinum, primae, secundae, tertiae,

---

[1-1]) Haec uerba omittit Gh. Cr.; at genuina sunt putanda. Sola uerba „primae ad secundam", quamquam praebet codex, fortasse delenda sunt. Uidentur addita esse propter errorem librarii, nisi forte scriptorem totam seriem explicare uoluisse existimandum est.

[2-2]) Haec uerba exciderunt apud Gh. Cr. p. 158, 10.

[3]) Uerbum Arabicum (التباينة; cfr. Dozy Suppl.) in ras. est. In mg. legitur المتناسبة (inter se proportionales), addita nota „recte" (صح), sed deleta omnia.

النسبة مثلاً فى ثلثة مقادير اوّل وثان وثالث حتى تكون نسبة الاوّل الى الثانى كنسبة الثانى الى الثالث وعدّ الاوّل مثلاً الثانى ففضلت فضلة ما ثم عدّ الثانى الثالث ففضلت فضلة ما الّا انّ مقدارَ ما عدّ الثانى الثالث هو مقدارُ ما عدّ الاوّل الثانى ثم ايضا عدّت الفضلة التى فضلَت من الثانى المقدارَ الاوّل ففضلت منه فضلةٌ هى اصغرُ من الفضلة الاولى التى فضلت من الثانى وعدّ ايضا الفضلةُ الباقيةُ 60 u.
من الثالث المقدارَ الثانىَ ففضلت فضلةٌ هى اصغرُ من الفضلة الاولى التى فضلت من الثالث الّا انّ مقدار ما عدّ الفضلة الباقية من [المقدار الثالث][1] الثانى هو مقدار ما عدّ [الفضلة الباقية من][2] المقدار الثانى] المقدارَ الاول ففضلت الفضلة الثانية ثم لا يزال هذا التداولُ فى تقدير الفضلات يقع على التساوى الى غير نهاية فانّ المقادير اذا كانت على هذه الحال قيل انّها متناسبة وكانت هذه الحال منها حال تشابُه النسبة مثال ذلك انا ننزل المقدارَ الاوّل مقدارَ اب والثانى جد والثالث هز فليكن اب يُقدّر جد مرّتين جح حط وفضلت طد اصغر من اب وقدّر جد هز ذلك التقدير بعينه هك كل وفضلت لز اصغر من جد ثم قدّر طد مقدارَ اب فلننزل انّه قدّرهُ مرّتين ايضا ام من وفضلت نب اصغر من طد وقدّر لز مقدارَ جد ذلك التقدير بعينه[3] جس سع ففضلت عد اصغرَ من لز فلا يزال هذا التداول بين هذه الثلثة مقادير يجرى على التساوى الى غير نهاية وهذه الحالُ هى حالُ اشتباهِ النسب وهى المناسبة التى بين المقادير

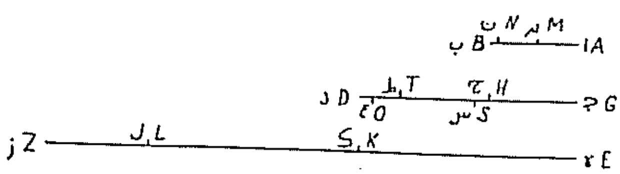
[1]) Coni.

[2]) Coni.

[3]) Primum scriptum من

ratio sic se habet, ut prima sit ad secundam ut secunda ad tertiam, prima autem uerbi causa secundam numeret residuum relinquens, deinde secunda tertiam numeret residuum relinquens, ita nempe, ut secunda tertiam toties numeret, quoties prima secundam numerat; rursus si residuum a secunda relictum primam magnitudinem numerat residuum relinquens minus quam primum 60 u.
residuum a secunda [magnitudine] relictum, atque etiam residuum a tertia magnitudine relictum secundam [magnitudinem] numerat residuum relinquens minus quam primum residuum a tertia [magnitudine] relictum, ita tamen ut residuum a [tertia magnitudine] relictum secundam magnitudinem toties numeret, quoties [residuum a secunda magnitudine relictum] primam magnitudinem numerat, et secundum residuum (i. e. utrobique) relinquitur; et si mensurae residuorum continuae aequales infinito esse pergunt, tum, si magnitudines in hoc statu sunt, proportionales esse dicuntur, et hic earum status est status aequalitatis rationis.

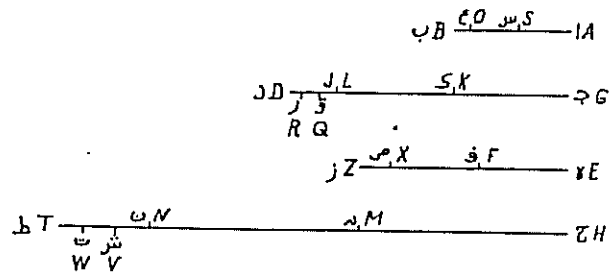
Exemplificatio. Supponimus, primam magnitudinem esse magnitudinem AB, secundam GD, tertiam EZ. AB magnitudinem



GD bis metiatur, GH et HT, ita ut residuum relinquatur $TD < AB$. Tum GD [magnitudinem] EZ eadem mensura metiatur, EK et KL, ita ut residuum relinquatur $LZ < GD$.

Iam TD magnitudinem AB metiatur, et supponamus, eam item illam bis metiri, AM et MN, ita ut relinquatur $NB < TD$. Et LZ magnitudinem GD eadem mensura metiatur, GS et SO, ita ut relinquatur $OD < LZ$. Nec hae mensurae continuae inter tres illas magnitudines aequalitatem in infinitum sequi desinant.

اما تلك التى للمقادير المشتركة فتعمُّ الكميّة المُنفصلة وكل المقادير المتّصلة اذا كانت مشتركةً واما هذه الحال الاخرى التى هى حال التبايُن فانّها خاصّ بالمقادير المتّصلة وكذلك ان لو انزلنا اربعة مقاديرَ تكون نسبة الاول الى الثانى كنسبة الثالث الى الرابع فليكن الاول اب والثانى جد والثالث هز والرابع حط فلْيُقدّر اب جد ولْنُنزل انّه قدّرهُ مرّتين جك كل وفضَل لد اصغرَ من اب ومثله يقدّر هز مقدارَ حط فليكن حم من وفضلت فضلةٌ هى اصغرُ من هز وهو نط ولْيُقدّر لد اب ونُنزل انه قدّرَهُ ايضًا مرّتين اس سع وفضل عب اصغرَ من لد ومثلَهُ يقدّر نط هز وليكن هف فص ويفضل صز اصغر من نط ثم يقدّر عب لد فلْيُقدّره ايضًا كم شئنا من التقدير فلْنُنزل انّه قدّرهُ مرّتين لق قر ومثلَهُ سوآءً يقدّر صز مقدارَ نط فليكن نش شت وفضل[1] تط اصغر



من صز فعلى هذه الجهة تجرى الحالُ فى هذه المقادير الاربعة اذا كانت متناسبة متى عدّ قدرُ اب قدرَ جد بعدد ما وفضلت فضلةٌ هى اصغر من اب فانّ بمثل ذلك العدد يُقدّر هز حط وتفضُل فضلةٌ هى اصغر من هز وكذلك اذا قدّرت فضلة لد مقدارَ اب باىّ عدد كان فانّ بمثل ذلك العدد يُقدّرُ نط

Qui status est aequalitas rationum, et haec est proportionalitas magnitudinum. Et hic status magnitudinum commensurabilium communis est quantitatis discretae et omnium magnitudinum continuarum, quae quidem commensurabiles sint. Alter uero ille status incommensurabilitatis magnitudinum continuarum proprius est.

Idem verum est, si quattuor magnitudines supponimus, ita ut ratio primae ad secundam aequalis sit rationi tertiae ad quartam. Sit prima AB, secunda GD, tertia EZ, quarta HT, et AB [magnitudinem] GD metiatur, et supponamus, eam bis illam metiri, GK et KL, cum residuo $LD < AB$; eodem autem modo EZ magnitudinem HT metiatur, per HM, MN, ita ut relinquatur residuum $NT < EZ$. Praeterea LD [magnitudinem] AB metiatur, et supponamus, eam item illam bis metiri, AS et SO, cum residuo $OB < LD$; eodem autem modo NT [magnitudinem] EZ metiatur per EF, FX, ita ut relinquatur [residuum] $XZ < NT$. Deinde OB [magnitudinem] LD metiatur, et metiatur denuo, quotiescunque uoluerimus. Supponamus igitur, eam bis illam metiri, LQ, QR, et eodem modo XZ magnitudinem NT metiri per NV, VW, ita ut relinquatur [residuum] $VT < XZ$. Itaque status quattuor illarum magnitudinum, si inter se proportionales sunt, hoc modo se habet: si magnitudo AB [magnitudinem] GD secundum numerum aliquem numerat, et residuum relinquitur minus [magnitudine] AB, eodem numero EZ [magnitudinem] HT metitur, et residuum relinquitur minus [magnitudine] EZ. Et eodem modo, si residuum LD magnitudinem AB secundum quemlibet numerum metitur, NT magnitudinem EZ secundum eundem numerum metitur, et residuum relinquitur minus [magnitudine] NT. Neque hic earum status ad residua desinit in infinitum.

---

[1]) Cod., t. وفتات

مقدارَ مز وتفضُل فضلةٌ هى اصغرُ من نط فلا يزالُ هذا التداولُ بينـها فى الفضلات الى غير نهاية فامّا اذا لم تكن حال المقادير فى التشابُه بينها هذه الحال فانّها غيرُ متناسبةٍ فانْ كان الاولُ يقدّر الثانىَ بعددٍ اقلّ مما يقدّر الثالث الرابعَ وفضلت من الثانى فضلةٌ تُقدّر المقدارَ الاوّلَ بعددٍ هو اقلُ ايضا مما تقدّرُ الفضلةُ الباقيةُ من المقدار الرابع الثالثَ وفضلت ايضا فضلتان من الاوّل والثالث حالها عند الفضلتين الأوليَين الباقيتين من الثانى والرابع تلك الحال بعينها ثم لا تزال هذه الحال واقعة بين الفضلات متداولةً الى غير نهاية فانّ هذه الحال ليست تجرى على التشابُه لكنّها حالٌ تكون فيها نسبة الاوّل الى الثانى اعظم من نسبة الثالث الى الرابع فان لم يكن كذلك | وكان عددُ المرّات 61 r. التى يقدّر الاوّل الثانىَ اكثر من عدد المرّات التى يُقدّر بها الثالثُ الرابعَ وكانت ايضًا الفضلة الباقية من الثانى تُقدّر الاوّل بعددٍ هو ايضًا اكثرُ ممّا يقدّرُ الرابعُ الثالثَ وتفضل منهما فضلاتٌ حالها عند الفضلات الأُوَل هذه الحالُ بعينها ثم لا تزال هذه الحالُ جاريةً فى الفضلات المتداولة الى غير نهاية واقعة فيها فان هذه الحال هى حالٌ يقال فيها انّ نسبة الاول الى الثانى اصغرُ من نسبة الثالث الى الرابع قال اوقليدس المقاديرُ التى يقال انّ بين بعضها وبعض نسبة هى التى قد يُمكن اذا ضوعفت ان يفضل بعضُها على بعض قال المفسّر يعنى الرياضى بذلك الحالَ التى بين المقادير فى النسبة اذا كانت تلك الحالُ بين

[1]) Quae sequuntur usque ad p. 13, 20 (sicut quae his respondent apud Gh. Cr. p. 160, 22—161, 18), a ratione mathematica abhorrent, fortasse quia commentator rem non intellexit. Paruis correctionibus littera „r." signatis priorem partem emendare conati sumus. G. J.

Sin magnitudinum in aequalitate status hic non est, non sunt inter se proportionales[1]). Si prima secundam metitur secundum numerum minorem eo, secundum quem tertia quartam metitur, et[2]) ex secunda residuum relinquitur, quod primam magnitudinem metitur secundum numerum ipsum quoque minorem[3]) eo, secundum quem residuum ex quarta relictum tertiam metitur, et[4]) etiam ex prima tertiaque duo residua relinquuntur, quorum status ad duo priora, quae ex secunda quartaque relinquuntur, idem est[5]), et hic residuorum inter se uicissim status in infinitum[6]) progreditur[7]), hic status[8]) non est aequalitatis, sed[8]) is est, in quo ratio primae ad secundam maior est ratione tertiae ad quartam. Quod si ita non est, sed numerus uicum, secundum 61 r.
quas prima secundam metitur, maior est numero uicum, secundum quas tertia quartam metitur, et residuum ex secunda relictum item primam metitur secundum numerum maiorem eo, secundum quem [residuum ex] quarta [relictum] tertiam metitur, et ex his duabus residua relinquuntur, quorum ad priora residua status idem est, deinde hic residuorum inter se uicissim status in infinitum progreditur, tum hic status is est, in quo ratio primae ad secundam ratione tertiae ad quartam minor esse dicitur.

Euclides dixit: Magnitudines, quarum ratio alterius ad alteram exstare dicitur, eae sunt, quae cum multiplicantur, fieri potest, ut altera alteram superet.

Commentator dixit: Geometra hoc dicens dicere uult statum, qui est inter magnitudines in ratione, ubi is status inter quantitates eiusdem generis exstat, quas idem genus magnitudinum aut pars ipsarum emetitur. Quae cum multiplicatur, multiplicia eius inter se aequalia esse dicuntur, aut alterum superare alterum magnitudine earum communi, aut ex utroque

---

[2]) r.: aut. [3]) r.: maiorem. [4]) r.: aut.

[5]) r.: non idem est, aut alibi hic...

[6]) r.: non aequaliter progreditur.

[7]) Non remanet Gh. Cr. p. 161, 4, falso.

[8-8]) Haec uerba om. Gh. Cr.

الاعظام المتجانسة التى تقع عليها التقديرُ بنوع واحد من انواع المقادير او بشى منها فانّ هذه اذا اضعفت قيل فيها إنّ الاضعاف متساوية او بعضها يفضُل على بعض بمقدار يُشاركها او يفضُل من كلّ واحد منها فضلاتٌ من نوع واحد ان كانت خطوطًا فخطوطٌ وان كانت سطوحًا فسطوحٌ وان كانت اجسامًا فاجسامٌ وان كانت امكنةً فامكنةٌ وان كانت ازمنةً فازمنةٌ وان كانت قولاً فقولٌ وان كانت اعدادًا فاعدادٌ فيكون مثلاً اقول اذا كانت نسبة الخطوط الى الخطوط كنسبة السطوح الى السطوح تكون الفضلةُ التى تفضُل من تقدير الاوّل للثانى خطا والفضلة التى تفضل للسطح عند السطح سطحا فتكون حالُ تداول الفضلات بينها تلك الحالَ ما يفضُل من الخط خطٌ ومن السطح سطحٌ فامّا اذا حصل الحالُ التى يُقال لها التناسُب بين خط وسطح وسطح وجسم او غير ذلك لم يمكن ان يُقدّر الخط بالسطح ولا السطح بالجسم ولا ان[1] لو اضعفَ الخط امكن ان يُقال فيه انه مساو للسطح او اعظم منه بمقدار كذا وكذا ولذلك قال ايرُن فى ذلك هى التى اذا أُضعفت امكن ان يكون بعضها اعظمَ من بعض يعنى بذلك المجانسات وذلك ان الخط لو أُضعف غايةَ التضعيف لم يكن ابدًا اعظمَ من السطح وكذلك كل الاشياء التى ليست بمجانسات والمجانسات هى الانواعُ التى يمكن ان يقارن[2] بعضُها ببعضٍ كالخط عند الخط وكالزاوية عند الزاوية وكالجسّم عند المجسّم والرياضىّ سمّى الاعظامَ المتجانسَة التى اذا اضعفت امكن ان يكون بعضُها اعظم من بعض وامّا ارشميدس فانه يسمّيها المقادير التى يقارن بعضُها بعضًا قال اوقليدس يُقال فى المقادير انها فى نسبة واحدة الاوّل الى الثانى والثالث الى الرابع متى كانت

residua relinqui eiusdem generis, si lineae sint, lineas, si superficies, superficies, si solida, solida, si loca, loca, si tempora, tempora, si dicta, dicta, si numeri, numeros. Uelut hoc dico: si ratio linearum ad lineas eadem est, quae superficierum ad superficies, residuum, quod ex mensuratione primae per secundam relinquitur, linea est, quod ex mensuratione superficiei per superficiem relinquitur, superficies. Itaque status uicissitudinum residuorum inter se is est, ut, quod ex linea relinquatur, linea sit, quod e superficie, superficies. Si inter lineam superficiemque aut inter superficiem corpusque aut alia huiusmodi status exstet, qui proportio uocetur, fieri nequit, ut superficies lineam uel corpus superficiem metiatur, nec, si linea multiplicatur, dicere possumus, eam superficiei aequalem esse uel eam aliqua magnitudine superare.

Ideo Heron de hac re dicit: eae sunt, in quibus fieri possit, ut multiplicatae altera alteram superet; quantitates eiusdem generis intellegit. Nec linea, quotiescunque multiplicatur, unquam superficiem superat, et eodem modo in omnibus rebus, quae eiusdem generis non sunt. Eiusdem uero generis eae sunt, in quibus fieri possit, ut altera cum altera comparetur, uelut linea cum linea, angulus cum angulo, solidum cum solido.

Geometra quantitates eiusdem generis eas adpellat, in quibus fieri possit, ut multiplicatae altera maior sit altera. Archimedes[3]) uero eas dicit magnitudines, quae altera cum altera comparentur.

Euclides dixit: Magnitudines in eadem ratione esse dicuntur, prima ad secundam et tertia ad quartam, si primae et tertiae multiplicia, quae uicibus aequalia sunt, secundae et quartae multiplicia, quae uicibus aequalia sunt, quaecunque multiplicia sunt, aut simul superant aut simul aequalia aut simul minora iis sunt, si alia cum alia deinceps comparatur.

---

[1]) In codice additur يكون, sed erasum.

[2]) Uerbum parum clarum.

[3]) Cfr. De sph. et cyl. I λαμβ. 5: τὰ πρὸς ἄλληλα λεγόμενα.

اضعاف الاول والثالث المتساوية المرّات امّا ان تفضل معًا على اضعاف الثانى والرابع المتساوية المرّات اىّ الاضعاف كانت وامّا ان تساويها معًا وامّا ان تنقص عنها معًا اذا قيست على الولا بعضها ببعض قال المفسّر ليس يُريد نفس الاضعاف بان تكون زائدة او ناقصة او مساوية لكن نفس المقدار كله الذى هو اضعافُ الاول يقول ان كان زائدًا على اضعاف الثانى فانّ اضعاف الثالث زائدة على اضعاف الرابع وان كان ناقصًا فهو ناقصٌ وان كان مساويًا فهو مساوٍ ويريد ان تكون الزيادة مساوية المرات للعدد المشترك الذى يعدّ الاولُ الثانىَ والثالثُ الرابعَ هذا اذا كان الاولُ يشارك الثانى والثالثُ يشارك[1] الرابعَ فان لم يكونا مشتركين وكانا متباينين فيكون عددُ المقادير التى تعدّ اضعافُ الاول لاضعاف الثانى مساويًا لعدد المقادير التى تُقدّرُ اضعافُ[2] الثالث لاضعاف الرابع ويكون عددُ المقادير التى تُقدّرُ[2] فضلة الثانى للاول مساويًا لعدد المقادير التى تقدّر فضلة الرابع الثالث[3] ثم لا يزال كذلك الى غير نهاية فان اوقليدس لم يقصد الى شى غير هذا فامّا مَن رَامَ ان ياتى ببراهين فى هذا وفى غيره فان ذلك على جهةِ التعشّفِ | اذ كان يضطرّهم الى اشكال ابوابُها Gl u. متاخّرة ولو قصدوا الى الحقّ نفسه لعَلموا ان هذا شىٌ ليس يحتاج عليه الى برهان لانّه من الاوائل عندَ مَن انتهى الى هذا الموضع اذ كان لكل مقالة اوائل بحسب مرتبة تلك المقالة .: قال اوقليدس ولتُسمّ المقاديرُ التى نسبتُها واحدة بعينها المتناسبةَ ومتى كانت الاضعافُ المتساويةُ المرّات امّا اضعافُ

---

[1]) In margine additum.

[2-2]) In margine additum.

[3]) Coni., t. التى تقدّر فضلة الثالث لفضلة الرابع

Commentator dixit: Non uult, multiplicia ipsa uel maiora uel minora uel aequalia esse[1]), sed dicit, si tota ipsa magnitudo, quae multiplex sit primae, multiplice secundae maior sit, multiplex tertiae multiplice quartae maius, et, si minor, minus, si aequalis, aequale esse. Et significat, multiplicationem uicibus communis numeri[2]) aequalem esse, secundum quem prima secundam et tertia quartam metiatur, si prima secundaque commensurabiles sunt, et tertia quartaque commensurabiles sunt. Sin non commensurabiles sunt, sed incommensurabiles, numerus magnitudinum, secundum quem multiplex primae multiplex secundae numerat, aequalis est numero uicum, secundum quem multiplex tertiae multiplex quartae metitur, et numerus uicum, secundum quem residuum primae residuum secundae metitur, aequalis numero uicum, secundum quem residuum tertiae residuum quartae metitur, et sic in infinitum.[3])

Euclides nihil aliud uoluit quam hoc, et si quis de hac similibusque rebus demonstrationes adferre uult, e consideratione non iusta hoc fit, quia quaestiones tractare cogit, quarum capita 61 u.
postea sequuntur. Et si ipsam ueritatem quaererent, scirent hoc aliquid esse, in quo demonstratione opus non sit, quia spectante eo, qui ad hunc locum peruenerit, inter elementa sit; nam ad unumquodque caput elementa pertinent, quae cum huius capitis ordine consentiunt.

Euclides dixit: Magnitudines, quarum ratio eadem est, inter se proportionales uocantur. Si aeque multiplicia ita se habent, ut multiplex primae multiplex secundae superet, multiplex uero tertiae multiplex quartae non superet, relatio primae ad secundam relatione tertiae ad quartam maior dicitur.

---

[1]) fortasse: alii magnitudini.

[2]) Quem etiam numerum fractum esse posse commentator putat. Cf. infra p. 19, 19.

[3]) De residuis Euclides non loquitur. Cf. adnot. p. 205.

الاول منها فتفضل على اضعاف الثانى واما اضعاف الثالث فلا تفضل على اضعاف الرابع قيل ان نسبة الاول الى الثانى اعظم من نسبة الثالث الى الرابع
قال المفسّر قد قيل فى هذا ما فيه كفاية قال اوقليدس واقلّ ما يكون التناسب فى ثلثة حدود واذا كانت ثلثة مقاديرَ متناسبة قيل انّ نسبة الاول الى الثالث ضعفُ نسبته الى الثانى واذا كانت اربعة مقاديرَ متناسبة قيل ان نسبة الاول الى الرابع ثلثة اضعاف نسبته الى الثانى وعلى هذا المثال يجرى ما يتلو ذلك
قال المفسّر يريد[1] بالضعف انّ العدد السمىّ للمرّات التى يُقدّر الاولُ الثانىَ اذا ضوعف بنفسه يكون بتلك العدّة نسبةُ الاوّل الى الثالث وان كانت اربعة مقادير ضوعف ذلك العدد المربّع بالعدد الاوّل فيكون المجتمعُ هو نسبة الاوّل الى الرابع وكذلك ان كانت خمسة مقادير ضوعف المجتمع بالعدد الاوّل فيكون ذلك نسبته الى الخامس مثال ذلك انا نُنزل خمسةَ مقادير اب جد هز حط كل وليكن اب يعدّ جد مرّتين وفضل ثلث اب فظاهر انّ اب يعدّ جد مرّتين وثلثا والعددُ السمىّ هو اثنان وثلثٌ فاذا ضاعفنا الاثنين والثلث بنفسه كان المجتمع خمسةً واربعة اتساع وهذا هو العدد السمىّ للمرّات التى تُقدّر اب هز فان ضاعفنا هذا المجتمع اعنى الخمسة واربعة الاتساع بالاثنين والثلث كان المجتمع اثنى عشرة وستة اتساع وثلث تسع وهذا هو المقدارُ الذى يُقدّر اب قدرَ حط وان ضاعفنا ايضا الاثنى عشر وستة الاتساع وثُلث التسع بالاثنين والثالث كان المجتمع تسعة وعشرين وخمسة اتساع وسبعة اتساع التسع وهو عددُ المرّات التى يقدر اب قدرَ كل فليكن تقدير اب لقدر جد جم من ويفضل ند ثلث

[1] In codice نريد

Commentator dixit: De hoc satis dictum.

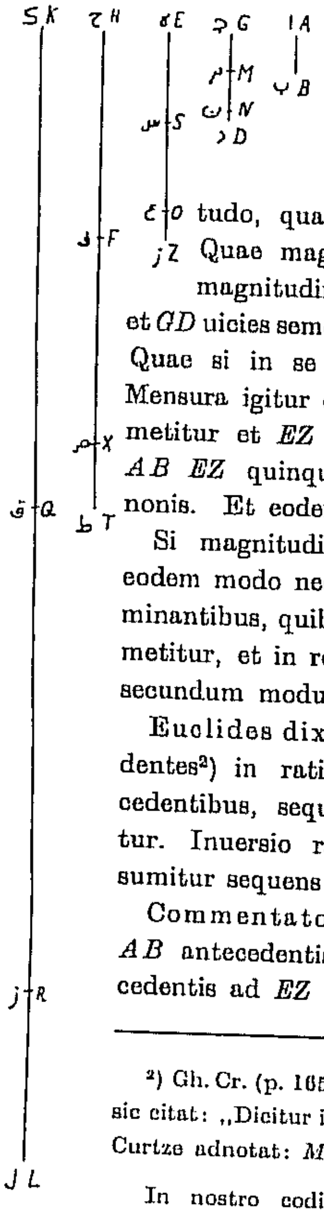
Euclides dixit: Minima proportio in tribus terminis est. Si tres magnitudines inter se proportionales sunt, prima ad tertiam duplicatam rationem quam ad secundam habere dicitur. Sin quattuor magnitudines inter se proportionales sunt, prima ad quartam triplicatam rationem quam ad secundam habere dicitur, et deinceps eodem modo.

Commentator dixit: Cum duplicatam dicit, hoc significat, si numerus uices denominans, quibus prima secundam metiatur, in se ipsum multiplicetur, eo numero indicari rationem primae ad tertiam. Sin quattuor magnitudines sunt, ille numerus quadratus in numerum primum multiplicatur, et productum rationem primae ad quartam indicabit. Eodem modo, si quinque magnitudines sunt, productum illud in primum numerum multiplicatur, et hoc erit ratio eius ad quintam.

Exemplificatio. Supponimus quinque magnitudines, AB, GD, EZ, HT, KL, et AB bis numeret GD, et tertia pars magnitudinis AB relinquatur. Manifestum igitur, AB bis et tertia parte numerare GD, et numerum denominantem esse $2^1/_3$. Iam si $2^1/_3$ in se multiplicauerimus, productum erit $5^4/_9$, et hic est numerus uices denominans, quibus AB metitur EZ. Iam si hoc productum, scilicet $5^4/_9$, in $2^1/_3$ multiplicauerimus, productum erit $12 + {}^6/_9 + {}^1/_3 \times {}^1/_9$. Et hic est numerus, quo AB magnitudinem HT metitur. Porro, si $12 + {}^6/_9 + {}^1/_3 \times {}^1/_9$ in $2^1/_3$ multiplicauerimus, productum erit $29 + {}^5/_9 + {}^7/_9 \times {}^1/_9$, et hic est numerus uices denominans, quibus AB magnitudinem KL metitur. Sit AB mensura, quae GD metiatur per GM, MN, et relinquatur $ND = {}^1/_3\ AB$. GD autem magnitudinem EZ metiatur, ita ut sit $ES = SO = GD$, et relinquatur $OZ = {}^1/_3 GD$. EZ autem magnitudinem HT metiatur, ita ut sit $HF = FX = EZ$, et relinquatur $XT = {}^1/_3\, EZ$. HT autem magnitudinem KL metiatur, ita ut sit $KQ = QR = HT$, et relinquatur $RL = {}^1/_3\, HT$. Iam quoniam $ES = GD$, et $GD = 2\,AB + {}^1/_3\,AB$, mensura communis omnes metiens ${}^1/_3\ AB$ est, quae mensura communis magnitudinem ES septies metitur; itaque EO quater-

اب ويقدّر جد قدر هز وليكن هس سع كل واحد منهما مثل جد ويفضل عز
ثلث جد وليقدر هز قدر حط وليكن حف فص كل واحد منهما مثل هز
ويفضل صط ثلث هز وليقدر حط قدر كل وليكن كق قد كل واحد
منهما مثل حط ويفضل رل ثلث حط فمن اجل انّ هس مثل جد وجد مثلا
اب ومثل ثلثة فالعددُ المشترك التى تعدّها كلها هو ثلث اب فالعددُ المشترك
يعدّ هس سبع مرّات فهو اذًا يعدّ هع اربع عشرة مرّة لكن عز ثلث جد فالمقدارُ
المشترك يقدر عز مرّتين وثلثا فهو يقدّرُ هز ست عشرة مرّةً وثلثا فالمقدار
المشترك الذى يقدّر هز واب يجب ان يكون تسع اب فهو يقدّر اب تسع مرّات
ويعدّ هز تسعًا واربعين مرّةً ويقدّر جد احدى وعشرين مرّةً وتسعة من احد
وعشرين هى الثلث وسبعا الثلث فاذا ضوعف بنفسه كان ما يقدّر اب هز فقدر
اب لما كان الذى يقدّره العددُ المشترك تسع مرّات ويقدر هز تسعًا واربعين
مرّةً فانّ اب يقدّرُ هز خمس مرّات واربعة اتساع مرّة وعلى هذه الجهة يُعلم
سائرُ ما بقى ∴ وامّا اذا كانت المقادير متباينة فمثله يلزم فى عدد المرّات التى
يقدّر الاوّلُ الثانى والثالثُ الرابعَ وفى الفضلات التى يقدّر على تلك الجهة على
السبيل الذى شرحنا من امره آنفا ✡ | قال اوقليدس يقال فى المقادير انها 62 r.
مُنسّقة فى النسبة اذا قيست المقدمات مع المقدمات والتوالى مع التوالى عكس
النسبة هو اخذُ التالى بمنزلة المقدّم عند اخذ المقدّم بمنزلة التالى قال المفسّر

[1]) In margine atramento rubro est: المقادير التى هى معا فى نسبة واحدة المقدمات الى المقدمات هى ايضا من خلاف كما التالى الى المقد. كذلك التالى الى المقدم وفى الابدال ايضا كما المقدم الى المقدم كذلك التالى الى التالى Magnitudines, quae simul in eadem ratione sunt, antecedentes [ad sequentes et sequentes] ad antecedentes, etiam inuertendo sunt, ut sequens ad antecedentem, ita sequens ad antecedentem, et permutando quoque, ut antecedens ad antecedentem, ita sequens ad sequentem.



decies metitur. Sed $OZ = {}^1/_3\ GD$; communis igitur magnitudo, quae OZ bis et tertia parte metitur, EZ sedecies et tertia parte metitur. Necessario igitur communis magnitudo, quae EZ et AB metitur, erit ${}^1/_9\ AB$. Quae magnitudinem AB nouies metitur, et magnitudinem EZ quadragies nouies numerat, et GD uicies semel metitur. Sed $9:21 = {}^1/_3 + {}^2/_7 \times {}^1/_3$. Quae si in se multiplicantur, erunt $= AB:EZ$. Mensura igitur communis magnitudinem AB nouies metitur et EZ quadragies nouies metitur. Itaque AB EZ quinquies metitur et quattuor partibus nonis. Et eodem modo reliqua cognoscuntur.

Si magnitudines incommensurabiles sunt, hoc eodem modo necessarium est in numeris uices denominantibus, quibus prima secundam, tertia quartam metitur, et in residuis, quae hoc modo mensurant, secundum modum, quem antea explicauimus.

Euclides dixit: Magnitudines[1]) dicuntur respon- 62 r.
dentes[2]) in ratione, ubi antecedentes cum antecedentibus, sequentes cum sequentibus comparantur. Inuersio rationis est, ubi loco antecedentis sumitur sequens et simul antecedens loco sequentis.

Commentator dixit: Exemplificatio. Sit ratio AB antecedentis ad BG sequentem, ut DE antecedentis ad EZ sequentem. Inuersa ratio est, ubi

---

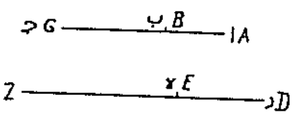
[2]) Gh. Cr. (p. 165, 31) uocabulum Arabicum non uertens sic citat: „Dicitur in quantitatibus, quod sunt *Mutasicha*". Curtze adnotat: *Mutasicha* = ὁμόλογα.

In nostro codice منسقة h. e. مُنَسَّقة munassaqa, quod eandem uim habet ac mutasicha (l. muttasiqa; مُتَّسقة). Cf. Eucl. ed. Heiberg, II, 4,15.

مثال ذلك ان تكون نسبة اب المقدّم الى بج التالى كنسبة ده المقدّم الى هز التالى فعكس هذه النسبة هو اخذ بج على انه مقدّم واب وده على انهما تاليان فتصير نسبة جب الى اب كنسبة هز الى ده قال اوقليدس تبديل النسبة هو اخذ المقدّم عند المقدّم والتالى عند التالى قال المفسّر مثال ذلك الصورة الاولى فليكن المقدّمان اب ده والتاليان بج هز فاذا كانت نسبة اب الى بج كنسبة ده الى هز فانا اذا ابدلنا كانت نسبة اب المقدّم الى ده المقدّم كنسبة بج التالى [الى] هز التالى قال اوقليدس تركيب النسبة هو اخذ المقدّم مع التالى بمنزلة شي واحد عند التالى[1] قال المفسّر اذا كانت اربعة مقادير متناسبة وكان اب ده مقدّمين وبج هز تالين فانا اذا ركّبنا يكون اخذنا المقدّم مع التالى جميعا كشي واحد اعنى اخذنا اب مع بج كخط واحد وده مع هز كخط واحد فتكون نسبة اج الى جب كنسبة دز الى زه اللذين هما التاليان قال اوقليدس تفصيل النسبة هو اخذ فضل المقدّم على التالى عند التالى[2] قال المفسّر يقول انّ فى اوّل وضعنا المقاديرَ المتناسبة كانت اب بج وده هز فكان المقدّمان حينئذ اب ده والتاليان بج هز فلمّا ركّبنا صار بعد التركيب اربعة مقادير اخر غير ذلك تكون متناسبة يكون المقدّمان فيها اج دز والتاليان بج هز فالآن لمّا فصّلنا[*] اشارَ الى هذين المقدّمين والى هذين التاليين اعنى الى مقدمَى اج دز وتاليى بج هز فقال عند التفصيل تكون

[1] In margine a. r.: تركيب النسبة هو كما المقدم والتالى مجموعين الى التالى كذلك المقدم والتالى مجموعين الى التالى Compositio rationis est: ut antecedens et sequens coniunctae ad sequentem, ita antecedens et sequens coniunctae ad sequentem.

sumuntur BG [,EZ] ut antecedentes et AB, DE ut sequentes, ita ut fiat $GB:AB = EZ:DE$.



Euclides dixit: Permutatio rationis est, ubi sumitur antecedens ad antecedentem et sequens ad sequentem.

Commentator dixit: Exemplificatio huius, figura prima. Sint duo antecedentes AB, DE et duo sequentes BG, EZ. Si $AB:BG = DE:EZ$, permutata ratio erit antecedentis AB ad DE antecedentem, ut BG sequentis ad EZ sequentem.

Euclides dixit: Compositio rationis est, ubi sumitur antecedens cum sequenti pro una magnitudine ad sequentem[1]).

Commentator dixit: Si quattuor magnitudines inter se proportionales sunt, et AB, DE antecedentes, BG, EZ uero sequentes sunt, composita ratio est, ubi antecedentem cum sequenti coniunctam pro una magnitudine sumimus, hoc est $AB + BG$ pro una linea et $DE + EZ$ pro una linea, ita ut sit $AG:GB = DZ:ZE$, quae duae sequentes sunt.

Euclides dixit: Subtractio rationis est, ubi sumitur excessus, quo antecedens sequentem excedit, ad sequentem[2]).

Commentator dixit: Id est, cum primum magnitudines proportionales posuimus, erant AB, BG et DE, EZ, deinde duae antecedentes AB, DE, sequentes uero BG, EZ. Sed postquam composuimus, compositione facta rursus aliae quoque quattuor magnitudines inter se proportionales exstiterunt, quarum duae antecedentes sunt AG, DZ, sequentes uero duae BG, EZ.

Et nunc, postquam subtraximus, significat has duas antecedentes et has duas sequentes, scilicet duas antecedentes AG, DZ et duas sequentes BG, EZ, et in subtractione dicit esse ratio-

---

[1]) In margine a. r.: تفصيل النسبة هو نسبة زيادة المقدم على التالى الى التالى Subtractio rationis est, ubi sumitur excessus, quo antecedens sequenti maior est, ad sequentem.

[2]) Coni., t. لا ان نقل

نسبة فضل المقدّم على التالى الى التالى كنسبة فضل المقدّم على التالى الى التالى فليكن الصورة الاولى فيكون فضل المقدّم الذى هو اج على التالى الذى هو بج اب وكذلك فضل المقدّم الثانى الذى هو دز على التالى الذى هو هز مقدار ده فتصير نسبة اب الذى هو الفضل الى بج الذى هو التالى كنسبة ده الذى هو الفضل الى هز الذى هو التالى فعادت المقاديرُ الى الحال التى كانت عليها فى الوضع الاوّل الذى قبل التركيب قال اوقليدس قلب النسبة[2] هو اخذُ المقدّم عند فضله على التالى قال المفسّر يقول نسبة اج الذى هو المقدّم بعد التركيب الى اب الذى هو الفضل على التالى الذى هو بج كنسبة دز الى ده قال اوقليدس نسبةُ المساواة[3] تكون متى كانت اىّ مقادير كانت ومقاديرَ أُخر على عدّتها وكانت اذا أُخذَ اثنان من احداهما كانت على نسبة اثنين من الأُخرى فاخذت الاطرافَ دون ما بينها قال المفسّر يقول اخذنا مقاديرَ مَا ومقاديرَ أُخَر كل اثنين من الأُوَل على نسبة اثنين من الأُخَر فانّ فى نسبة المساواة تكون متناسبةً ونسبةُ المساواةِ هى نسبةُ الاطرافِ مثال ذلك نزّل ان المقادير الاول ا ب ج والمقادير الاخر د ه ز فتكون نسبة اثنين من الاول على نسبة اثنين من الاخر نسبة ا الى ب كنسبة د الى ه ونسبة ب الى ج كنسبة ه الى ز فاذا رفعنا الوسائطَ كانت نسبة ا الى ج كنسبة د الى ز

---

1) Uid. p. 23, 5. Gh. Cr. (p. 167, 17—18) sic praebet: „Sit ergo exemplum. Primum ergo erit superfluitas etc.“

2) In margine: قلب النسبة هو نسبة التدم الى زيادته على التالي i. e. conuersio rationis ratio est antecedentis ad excessum, quo sequentem excedit.

3) i. e. ex aequali distantia; cf. Heath, Euclid's Elements, Cambridge 1926, II, 136.

nem excessus, quo antecedens sequentem excedat, ad sequentem, ut rationem excessus, quo antecedens sequentem excedat, ad sequentem.

Sit prima figura[1]); tum excessus antecedentis AG, quo sequentem BG excedit, erit AB; ac similiter excessus alterius antecedentis DZ, quo sequentem EZ excedit, erit magnitudo DE. Ergo ratio excessus AB ad sequentem BG est ut ratio excessus DE ad sequentem EZ. Ergo magnitudines in eundem statum reuertuntur, in quo erant in prima positione, quae ante compositionem erat.

Euclides dixit: Conuersio rationis est, ubi sumitur antecedens ad excessum, quo sequentem excedit[2]).

Commentator dixit: Id est, ratio antecedentis AG post additionem ad AB excessum, quo sequentem BG excedit, est ut ratio [magnitudinis] DZ ad DE.

Euclides dixit: Ratio ex aequali[3]) est, ubi aliquot magnitudines sunt cum alteris magnitudinibus numero aequalibus, et binae ex alteris sumptae in ratione sunt binarum ex alteris, ita ut sumantur extremae omissis mediis[4]).

Commentator dixit: Id est, sumimus aliquot magnitudines simul cum alteris magnitudinibus, ita ut binae quaelibet ex alteris in ratione sint binarum ex alteris. Tum [magnitudines] respondentes in ratione sunt ex aequali[5]), et ratio ex aequali est ratio terminorum extremorum.

Exemplificatio: Sint A, B, G priores magnitudines, et D, E, Z alterae, ita ut binae ex prioribus in eadem ratione sint

---

4) In margine: نسبة المساواة هى نسبة الاطراف بعضها الي بعض اذا كانت المقادير اكثر من مقدارين معها مقادير اخر علي عدتها على نسبة واحدة ووقعت المدة الواسطة علي استواء i. e. ratio ex aequali est ratio terminorum extremorum inter se, ubi plures magnitudines sunt quam duae, et praeter has magnitudines alterae sunt magnitudines numero aequales et in eadem ratione, cum numerus medius [magnitudinum] aequalis est.

5) Uerba „Tum ... ex aequali" om. Gh. Cr.

وكذلك ان لو كانت على هذه العدّة ما كانت من المقادير قال اوقليدس المناسبة المنتظمة هى متى كان المقدّم عند التالى كالمقدم عند التالى والتالى عند شى اخر كالتالى عند شى اخر ∴ | قال المفسّر مثاله ا د المقدّمان وب ه التاليان وجـ ز الشيئان(1) الاخران فنقول نسبة ا المقدّم عند ب التالى كنسبة د المقدّم الى ه التالى ونسبة ب التالى عند جـ الذى هو شئ آخر كنسبة ه التالى الى ز الذى هو شئ آخر قال اوقليدس المناسبة المضطربة هى متى كان المقدّم عند التالي كالمقدّم عند التالي والتالي عند شى آخر كشى آخر عند التالي قال المفسّر يقول انّ ا د مقدّمان وب ه تاليان وجـ ز الشيئان الاخران فيقول نسبة ا المقدّم الي ب التالي كنسبة د المقدّم الي ه التالي ونسبة ب التالي الي جـ الذي(2) هو شي آخر كنسبة ز الذي هو شي آخر الي ه الذى كان وضعه انه مقدّم في الصورة الاولى ∴ تمت المُصَادرَةُ 62a.

(1) In margine correctum; in textu النـيان (!)

(2) In codice الي

qua binae ex alteris, ut A sit ad B ut D ad E, et B sit ad G ut E ad Z; tum, si omittimus medios terminos, A est ad G ut D ad Z, ac similiter, etiam si numerus magnitudinum maior esset quam hic.

Euclides dixit: Proportio ordinata oritur, si, ut antecedens ad sequentem, ita antecedens ad sequentem, et ut sequens ad aliud, ita sequens ad aliud[1]).

Commentator dixit: Exempli causa: Sint A et D antece- 62 u.
dentes, B et E sequentes, G et Z alia duo. Dicimus igitur antecedentem A ad sequentem B esse ut antecedentem D ad sequentem E et sequentem B ad aliud G ut sequentem E ad aliud Z.

Euclides dixit: Proportio perturbata est, ubi antecedens ad sequentem est ut antecedens ad sequentem, et sequens ad aliud ut aliud ad sequentem[2]).

Commentator dixit: Sint A et D antecedentes, B et E sequentes, G et Z alia duo. Tum antecedens A ad sequentem B est ut antecedens D ad sequentem E, et sequens B ad aliud G ut aliud Z ad sequentem E[3]), quae antecedentis locum tenuit in prima figura[4]).

Finita est introductio.

---

[1]) Cf. T. L. Heath, The Thirteen Books of Euclid's Elements uol. 2, p. 136 ad imum. Haec est definitio, quae post Theonis aetatem inter 17 et 18 inserta est.

[2]) Debuit esse „ad antecedentem".

[3]) Debuit esse „ad antecedentem D". Quae deinde sequuntur, sensu carent. Cf. Euclid, ed. Heiberg II p. 6, 14—20. Rectam definitionem praebet etiam Gh. Cr. Infra in prop. 21 et 23 et in appendice 2 prop. 23 proportionem perturbatam recte intellegit Arabs noster et easdem litteras praebet quas Gh. Cr. Uidetur supra textum emendare uoluisse, quod ita fecit, ut ipse errauerit.

[4]) Ultima uerba „quae ... figura" om. Gh. Cr., qui etiam alias litteras praebet; antecedentes enim apud eum sunt A et E, sequentes B et Z; duo alia G et D.

الشكل الاول من المقالة الخامسة

اذا كانت مقاديرُ كم كانت فيها اضعافُ مقاديرَ أُخرَ مقارنة لها علي عدّتها واضعافها متساوية فانّ ما في الواحد من اضعاف قرينته مساو لما في الجميع من اضعاف الجميع مثاله ان مقداري اب جد فيهما اضعاف متساوية لمقداري ه ز اعني انّ ما في اب من اضعاف ه مساو لما في جد من اضعاف ز فاقول انّ ما في اب من اضعاف قرينه الذي هو مقدارُ[1] ه مساو لما في اب وجد جميعا من اضعاف ه وز جميعا برهانه انا نفصل من مقدار اب ما فيه من اضعاف ه ولنُنزل ان اضعافه اح بح ونفصل ايضا من[2] مقدار جد ما فيه من اضعاف ز ونُزل[3] انّ اضعافه جط طد فمن اجل انّ المفروض هو انّ ما في اب من اضعاف ه مساو لما في جد من اضعاف ز فظاهر ان عدّة اح حب مساوية لعدّة جط طد واح مساو لمقدار ه وجط مساو لمقدار ز فاح وجط جميعا مساويان لمقداري ه ز جميعا وايضا حب مساو لمقدار ه وطد مساو لمقدار ز وحب وطد جميعا مساويان لمقداري ه ز جميعا فظاهر ظهورَ أوّلَ انّ مقداري اب جد جميعا ضعف لمقداري ه ز جميعا واب قد تبيّن انه ضعف لمقدار ه فقد تبيّن ان ما في الواحد وهو اب من اضعاف ه مساو لما في اب وجد جميعا من

---

[1]) In codice مقدارُه ه

[2]) Supra uersum additum.

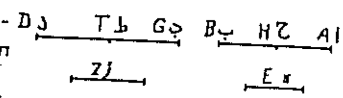
[3]) ونُزل bis in codice.

Propositio I libri quinti.

Si sunt quotlibet magnitudines alterarum magnitudinum numero aequalium multiplices, ita ut singulae singulis aeque multiplices sint, tum, quoties multiplex una magnitudo magnitudinis est sibi respondentis, toties omnes erunt omnium.

Exemplificatio: Sint duae magnitudines AB et GD aeque multiplices duarum magnitudinum E et Z, i. e. quoties AB multiplex est [magnitudinis] E, toties GD [magnitudinis] Z. Dico igitur, quoties AB multiplex sit magnitudinis sibi respondentis E, toties AB et GD coniunctas multiplices fore [magnitudinum] E et Z coniunctarum.

Demonstratio: Diuidatur magnitudo AB in magnitudines [magnitudini] E aequales, et sint hae magnitudines AH et HB. Diuidatur etiam magnitudo GD in magnitudines [magnitudini] Z aequales, et sint hae magnitudines GT et TD. Tum, quoniam datum est,



quoties AB [magnitudinis] E multiplex sit, toties GD multiplicem esse [magnitudinis] Z, perspicuum est numerum [magnitudinum] AH et HB aequalem esse numero [magnitudinum] GT et TD. Atqui AH aequalis est magnitudini E, et GT aequalis est magnitudini Z. Ergo AH et GT coniunctae aequales sunt duabus magnitudinibus E et Z coniunctis. Rursus HB aequalis est magnitudini E, et TD aequalis est magnitudini Z; ergo HB et TD coniunctae aequales sunt duabus magnitudinibus E et Z coniunctis. Statim igitur perspicuum est duas magnitudines AB et GD coniunctas duplices esse duarum magnitudinum E et Z coniunctarum. Atqui perspicuum est AB duplicem esse magnitudinis E. Ergo adparet, quoties una AB [magnitudinis] E multiplex sit, toties multiplices esse AB et GD coniunctas [magnitudinum] E et Z coniunctarum. Quod erat demonstrandum.

اضعاف ه وز جميعا وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قال المفسّر امّا اذا كان مقدارا اب جد خطين فانّه يُمكننا ان نفصل من كل واحد منهما اضعاف ما فيهما من امثال ه ز ببرهان ٣ من ١ وكذلك اذا كانت زوايا او قسيا ببرهان كط[1] من ٣ فامّا اذا كانا مجسّمين فذلك غير ممكن ∴ هذه الاضعاف موضوعة على انها مفروضة وانّما تتوهّم وهما فقط فاما اذا كان في اب من اضعاف ه ضعف ما في جد من اضعاف ز او نصف ما في جد من اضعاف ز وكذلك اىّ الاضعاف كانت يلزم في البُرهان هذا الطريق ∴

الشكل الثاني من المقالة الخامسة

اذا كانت مقادير وكان فى الاوّل من اضعاف الثاني مُساو لما فى الثالث من اضعاف الرّابع وفى الخامس من اضعاف الثاني مثل ما في السادس من اضعاف الرّابع فانّ الاوّل والخامس اذا جُمعا يكون فيهما من اضعاف الثاني مثلُ ما في الثالث والسادس اذا جُمعا من اضعاف الرّابع مثالُهُ انّ فى الاوّل وهو اب من اضعاف الثاني وهو ج مثلُ ما في الثالث وهو ده من اضعاف الرابع وهو ز وفي الخامس وهو بح من اضعاف الثاني وهو ج مثل ما[2] فى السادس وهو هط من اضعاف الرابع وهو ز فاقول ان ما في الاوّل والخامس اذا جُمعا وهو مقدار اح من اضعاف الثاني وهو ج مثل ما في الثالث

---

[1]) Cfr. adnot. p. 31.

[2]) ما in codice omissum est.

Commentator dixit: Si duae magnitudines AB et GD lineae sunt, utraque diuidi potest in magnitudines [magnitudinibus] E et Z aequales per propositionem 3 libri primi, ac similiter, si anguli sunt uel segmenta, per propositionem 29[1]) libri tertii. At si solida sunt, hoc fieri non potest. Ita enim magnitudines aequales datae esse putantur et tantum fictae sunt. Siue uero magnitudines aequales [magnitudini] E, quae sunt in AB, duplices sunt magnitudinum aequalium [magnitudini] Z, quae sunt in GD, siue dimidiae earum, siue quotieslibet multiplices, hic est necessarius demonstrandi modus.

Propositio II libri quinti.

Si tales magnitudines sunt, ut prima secundae toties multiplex sit, quoties tertia quartae, et quinta secundae toties multiplex sit, quoties sexta quartae, tum prima et quinta coniunctae toties secundae multiplices sunt, quoties tertia et sexta coniunctae quartae.

Exemplificatio. Prima [magnitudo] AB secundae G toties multiplex sit, quoties tertia DE quartae Z est, et quinta BH toties multiplex sit secundae G, quoties sexta ET quartae Z est; dico igitur primam et quintam coniunctas AH toties multiplices esse secundae G, quoties tertia et sexta coniunctae multiplices sint quartae Z. 63 r.

---

[1]) Codex praebet كط, i. e. 29 (= 30, ut uulgo fertur in Euclide nostro). Animaduertendum tamen est numeros propositionum per notas numerorum, non per litteras dari solere: proxime post hunc locum adparent litterae in lib. VI prop. 1 (cod. f. 70 r, 7). Euenit etiam, ut in codice spatium relictum sit, ut lib. V, prop. 4 (cod. f. 63 u, 5 & 8); ita igitur numeri propositionis et libri prorsus omissi sunt. Cum uero paruo spatio supra uersum litterae uel notae numerorum scriptae sint, ac praeterea alia manu et alius coloris atramento, a librario recentiore hae additae esse uidentur. Problema, quod requirimus, illud est, quomodo ab angulo uel segmento alter angulus uel alterum segmentum, quod minus sit priore, abscidatur. Fortasse prop. 33 (= 34) rem magis tangit.

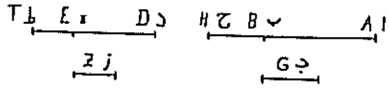
63 r. والسادس اذا جمعا وهو دط من اضعاف | الرابع وهو ز برهانه أن المفروض هو انّ ما في اب الاوّل من اضعاف جـ الثاني مثل ما في الثالث الذي هو ده من اضعاف الرابع الذي هو ز وفي الخامس الذي هو بح من اضعاف الثاني الذي هو جـ مثل ما في السادس[2] الذي هو هط من اضعاف الرابع الذي هو ز فاذا لزم في هذا الشكل مثل ما لزم في آ من ه يكون ما في اح الذي هو الاوّل والخامس جميعا من اضعاف الثاني الذي هو جـ مثل ما في دط الذي هو الثالث والسادس جميعا من اضعاف الرابع الذي هو ز وذلك ما اردنا ان نبيّن

قال المفسّر ليس في هذا الشكل الثاني شئ البتّة لانّ ترتيب الرياضات اولاً هو الارثماطيقى وهو الاعداد ثم الهندسة فلذلك صارت الرياضة الأولي بيّنة عن الاعداد التي يستعان بها على هذه الصناعة منها اذ قد علمنا انّ اب يعدّه جـ بعدّة مرّات ما وبمثل ذلك العدد[3] يعدّ ز ده وايضا ان جـ يعدّ بح بعدّة مرّات ما وبمثل تلك العدّة يعدّ ز هط فاذا جمع عدّة المرات التي يعدّ جـ اب وبح كان مساويا لعدّة المرات التي يعدّ ز ده وهط فتكون عدّة اضعاف اح مساوية[4] لعدّة اضعاف ده وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثالث من المقالة الخامسة

اذا كانت مقادير ما في الاوّل منها من اضعاف الثاني مثل ما في الثالث من اضعاف الرابع وأخذ للاوّل والثالث اضعاف متساوية[5] فانّ ما في اضعاف الاوّل الماخوذة من اضعاف الثاني مثل ما في اضعاف الثالث الماخوذة من

Demonstratio. Datum est primam AB toties multiplicem esse secundae G, quoties tertia DE quartae Z multiplex sit, et quintam BH toties multiplicem esse secundae G, quoties sexta ET quartae Z multiplex sit. Ergo, quoniam, quod in



propositione 1 libri quinti uerum inuentum est, etiam in hac propositione uerum est, AH, quae summa est primae et quintae, toties multiplex est secundae G, quoties DT, quae summa est quartae et sextae, multiplex est quartae Z. Quod erat demonstrandum.

Commentator dixit: Haec propositio secunda prorsus superuacanea est. Nam ordo disciplinarum mathematicarum est primum arithmetica, quae numeros tractat, deinde geometria. Itaque prima disciplina mathematica demonstratio est per numeros, qui in hac arte (i. e. in arithmetica)[1]) usurpantur. Si per hos scimus [magnitudinem] G [magnitudinem] AB eodem numero metiri, quo [magnitudo] Z [magnitudinem] DE metiatur, atque etiam [magnitudinem] G [magnitudinem] BH eodem numero metiri, quo [magnitudo] Z [magnitudinem] ET metiatur, tum, si numeri, quibus [magnitudo] G [magnitudines] AB et BH metitur, coniunguntur, aequales erunt numero, quo [magnitudo] Z [magnitudines] DE et ET metitur. Ergo AH [magnitudinis G] et DT [magnitudinis Z] aeque multiplices sunt. Quod erat demonstrandum.

Propositio III libri quinti.

Si tales magnitudines sunt, ut prima secundae toties multiplex sit, quoties tertia quartae, et primae et tertiae aeque multiplicia

[1]) Cf. Gh. Cr. p. 170, qui sensum uerborum Arabicorum parum intellexisse uidetur.

[2]) دس In margine.

[3]) Melius fortasse تلك المدّة ut in sequentibus.

[4]) In codice مُساويًا

اضعاف الرابع مثاله انّ في ا الاوّل من اضعاف ب الثاني مثل ما في ج الثالث من اضعاف د الرابع ونجعل في هز من اضعاف الاوّل وهو ا مثل ما في حط من اضعاف الثالث وهو ج فاقول انّ ما في هز من اضعاف ب مثل ما في حط من اضعاف د برهانهُ انا نفصل من مقدار هز ما فيه من اضعاف ا فليكن هك كز ونفصل من حط ما فيه من اضعاف ج فليكن حل لط فمن اجل انا فرضنا ما في هز من اضعاف ا مساويا لما في حط من اضعاف ج فانّ عدّة اقسام هك كز مساوية[3] لعدّة اقسام حل لط فيكون لذلك هك مساويا لقدر ا وحل مساويا لقدر ج وكنّا فرضنا انّ ما في ا من اضعاف ب مثل ما في ج من اضعاف د ففي هك من اضعاف ب اذًا مثل ما في حل من اضعاف د وكذلك يكون في كز من اضعاف ب مثل ما في لط[1] من اضعاف ج فمن البيّن من برهان ٢ من ه انّا اذا فرضنا الاوّل هك والثاني ب والثالث حل والرابع د والخامس كز والسادس لط وقد تبيّن انّ ما في الاوّل وهو هك من اضعاف الثاني وهو ب مثل ما في الثالث وهو حل من اضعاف الرّابع وهو د وفي الخامس وهو كز من اضعاف الثاني وهو ب مثل ما في السادس وهو لط من اضعاف الرابع وهو د فظاهر[4] [2] من برهان ٢ من ه انّ ما في الاوّل والخامس جميعا اللذين هما هز من اضعاف الثاني وهو ب مثل ما في الثالث والسادس جميعا وهما حط من اضعاف الرابع وهو د وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

---

[1] In margine لطصح. In textu حل.

[2] فظاهر tautologia est; iteratur فمن البيّن quod supra legitur.

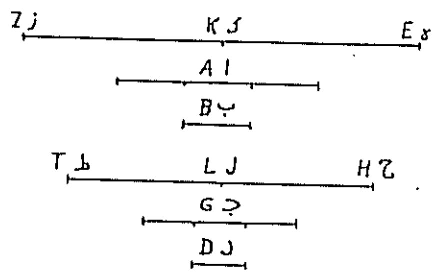
[3] Codex praebet HL.

[4] Uerba „perspicuum est e propositione 2 libri quinti", quae iam ad principium enuntiati Arabs posuerat, hic iterat perspicuitatis causa.

sumuntur, tum primae multiplex, quod sumptum est, toties multiplex erit secundae, quoties tertiae multiplex, quod sumptum est, quartae multiplex est.

Exemplificatio. Prima [magnitudo] A secundae B toties multiplex sit, quoties tertia G quartae D multiplex est, et sit EZ primae A toties multiplex, quoties HT tertiae G multiplex est; dico igitur EZ [magnitudinis] B toties multiplicem esse quoties HT multiplex sit [magnitudinis] D.

Demonstratio. Diuidatur magnitudo EZ in magnitudines [magnitudini] A aequales, et sint hae EK et KZ; et diuidatur magnitudo HT in magnitudines [magnitudini] G aequales, et sint hae HL et LT. Tum, quoniam datum nobis est EZ [magnitudinis] A toties multiplicem esse, quoties HT [magnitudinis] G multiplex sit, ea de causa numerus partium EK, KZ aequalis est numero partium HL, LT. Ergo EK aequalis est magnitudini A, et HL aequalis est magnitudini G. Atqui datum nobis est A [magnitudinis] B toties multiplicem esse, quoties G [magnitudinis] D multiplex sit. Ergo EK [magnitudinis] B toties multiplex est, quoties HL [magnitudinis] D multiplex est; ac similiter KZ [magnitudinis] B toties multiplex est, quoties LT[3]) [magnitudinis] G multiplex est.



At si nobis data est magnitudo prima EK, secunda B, tertia HL, quarta D, quinta KZ, sexta LT, et demonstratum est primam EK secundae B toties multiplicem esse, quoties tertia HL quartae D multiplex sit, et quintam KZ secundae B toties multiplicem esse, quoties sexta LT quartae D multiplex sit, tum perspicuum est e propositione 2 libri quinti[4]) summam primae et quintae EZ secundae B toties multiplicem esse, quoties summa tertiae et sextae HT quartae D multiplex sit. Quod erat demonstrandum.

الشكل الرابع من المقالة الخامسة

اذا كانت نسبةُ الاوّل الي الثاني هي نسبةُ الثالث الي الرابع وأُخذ للاوّل والثالث اضعافٌ متساويةُ المرّات ما كانت وللثاني والرابع اضعاف متساويةُ المرّات ما كانت فان نسبة اضعاف الاوّل الماخوذة الي اضعاف الثاني هي نسبةُ اضعاف الثالث الماخوذة الي اضعاف الرّابع مثالهُ ان نسبة اربعة مقادير ا ب ج د | نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د وقد أُخذ لقدري ا ج اللّذين هما الاوّل 63 u. والثالث اضعاف متساوية وهما (1 ه ز وقد اخذ ايضا لقدري ب د اضعاف متساوية وهما(1 ح ط فاقول ان نسبة ه الي ح كنسبة ز الي ط برهانهُ أنّا ناخذُ لمقداري ه ز اضعافا متساويةً وهما ل ن ولمقداري ح ط اضعافا متساويةً وهما م س فلانّ اربعة مقادير موضوعةٌ الاوّل ه والثاني ا والثالث ز والرابع ج في الاوّل الذي هو ه من اضعاف الثاني الذي هو ا مثل ما في الثالث الذي هو ز من اضعاف الرابع الذي هو ج وقد أُخذ للاوّل والثالث اضعاف متساوية وهما ل ن فيما(2 قدّم برهانه في [برهان ٣ من ٥](3 يكون في ل من اضعاف ا مثل ما في ن من اضعاف ج وبمثل هذا البيان تبيّن انّ ما في م من اضعاف ب مثل ما في س من اضعاف د ونسبة ا الي ب كنسبة ج الي د وقد أُخذ لمقداري ا ج اضعاف متساوية وهما ل ن ولقدري(4 ب د اضعاف متساوية وهما

1—1) In margine.

2) MS. فيما.

3) Lacuna in codice.

4) Fortasse legendum est لمقداري, at codex praebet sine dubio لقدري, quod per se bonum est.

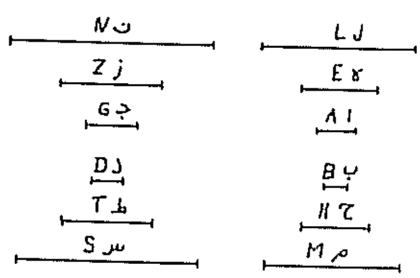
Propositio IV libri quinti[1]).

Si prima [magnitudo] ad secundam eandem rationem habet, quam tertia ad quartam, et sumuntur quaelibet aeque multiplicia primae et tertiae atque etiam secundae et quartae, tum multiplicia primae sumpta eandem rationem habebunt ad multiplicia secundae, quam multiplicia tertiae sumpta ad multiplicia quartae.

Exemplificatio. Quattuor magnitudines A, B, G, D tales sint, ut A sit ad B ut G ad D; sumantur uero primae A et tertiae 63 a.
G aeque multiplicia E et Z, atque etiam B et D aeque multiplicia H et T. Dico igitur E ad H eandem rationem habere quam Z ad T.

Demonstratio. Sumantur duarum magnitudinum E et Z aeque multiplicia L et N, atque etiam duarum magnitudinum H et T aeque multiplicia M et S.

Tum, quoniam quattuor magnitudines E, A, Z, G datae sunt tales, ut E [magnitudinis] A toties multiplex sit, quoties Z [magnitudinis] G, et primae et tertiae sumpta sunt aeque multiplicia L et N, ea de causa L [magnitudinis] A toties multiplex est, quoties N [magnitudinis] G, secundum ea, quae antea in [propositione 3 libri quinti][2]) demonstrata sunt. Adparet etiam per eandem demonstrationem M [magnitudinis] B toties multiplicem esse, quoties



[1]) In margine: شكل مضاف الي الرابع مقدّمة له; i. e. Sequitur explicatio propositionis, quae quartae addita est; omisit uero librarius. Est fortasse propositio Theonis; cfr. T. L. Heath, The thirteen Books of Euclid's Elements, uol. 2, p. 144.

[2]) Uerba „propositione 3 libri quinti" om. codex, in quo hoc loco spatium uacuum relictum est.

م س فممّا قد شُرح الحال في [مصادرة ه من ه][1] فان مقداري ل ن امّا ان يكونا مساويين لمقداري م س وامّا ان يكونا زائدين معاً عليهما وامّا ان يكونا ناقصين معاً عنهما لكن أُخذ مقدارا ل ن اضعافا متساوية لمقداري ه ز وم س اضعافا متساوية لمقداري ح ط فكما أنّه متي كانت اربعة مقادير تكون نسبة الاوّل الي الثاني كنسبة الثالث الي الرّابع وأُخذ للاوّل والثالث اضعاف متساوية وللثاني والرابع اضعاف متساوية كانت اضعاف الاوّل والثالث الماخوذة امّا زائدةً معاً علي اضعاف الثاني والرّابع وامّا ناقصةً معاً عنها وامّا مساويةً معاً لها كذلك يلزم عكس هذا انّه متي كانت اربعة مقادير وأُخذ للاوّل والثالث اضعاف متساوية وللثاني والرابع اضعاف متساوية وكانت اضعاف الاوّل والثالث امّا زائدةً معاً علي اضعاف الثاني والرابع وامّا ناقصةً معاً عنهما وامّا مساويةً لها فانّ نسبة الاوّل الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع فنسبة مقدار ه الي مقدار ح كنسبة مقدار ز الي مقدار ط وذلك ما اردنا ان نبين

الشكل الخامس من المقالة الخامسة

اذا كان مقداران احدهما اضعاف الآخر وفُصل منهما مقداران وكان في المفصول من اضعاف المفصول مثل ما في الكلّ من اضعاف الكلّ فانّ ما في الباقي من اضعاف الباقي مثل ما في الكلّ من اضعاف الكلّ مثاله ان مقدار اب اضعاف لمقدار جد وقد فُصل منهما مقدارا اه جز وفي اه من اضعاف جز

[1]) Lacuna in codice.

S [magnitudinis] D multiplex sit. Atqui A est ad B ut G ad D, et [magnitudinum] A et G sumpta sunt aeque multiplicia L et N, atque etiam [magnitudinum] B et D sumpta sunt aeque multiplicia M et S. Ergo secundum condiciones in [definitione 5 libri quinti][1]) positas magnitudines L et N magnitudinibus M et S aut aequales aut maiores aut minores sunt suo ordine sumptae. Atqui sumptae sunt duae magnitudines L et N duarum multitudinum E et Z aeque multiplices, et [duae magnitudines] M et S duarum magnitudinum H et T aeque multiplices. Ac sicut primae et tertiae multiplicia multiplicibus secundae et quartae aut maiora sunt aut minora aut aequalia suo ordine sumpta, si quattuor magnitudines tales sunt, ut prima ad secundam sit ut tertia ad quartam, et primae et tertiae aeque multiplicia sumpta sunt, atque etiam secundae et quartae, ita etiam huius contrarium sequitur: prima est ad secundam ut tertia ad quartam, si quattuor magnitudines tales sunt, ut, cum primae et tertiae multiplicia sumpta sint, atque etiam secundae et quartae, primae et tertiae multiplicia multiplicibus secundae et quartae aut maiora aut minora aut aequalia sint suo ordine sumpta. Ergo magnitudo E est ad magnitudinem H ut magnitudo Z ad magnitudinem T. Quod erat demonstrandum.

Propositio V libri quinti.

Si duae magnitudines sunt, quarum altera alterius multiplex est, et ab iis duae magnitudines absciduntur, ita ut pars subtracta partis subtractae toties multiplex sit, quoties totum totius, tum residuum residui toties multiplex est, quoties totum totius.

Exemplificatio. Sit magnitudo AB multiplex magnitudinis GD, et abscidantur ab iis duae magnitudines AE et GZ, ita ut AE [magnitudinis] GZ toties multiplex sit, quoties AB [ma-

---

[1]) Uerba „definitione 5 libri quinti" om. codex, in quo hoc loco spatium uacuum relictum est.

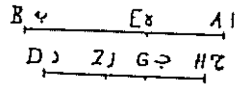
مثل ما في اب من اضعاف جد فاقول ان ما في هب الباقي من اضعاف زد الباقي مثل ما في اب من اضعاف جد برهانه انّا نصل بمقدار جز مقدار جح ونجعل في هب من اضعاف جح مثل ما في ها من اضعاف جز فظاهر من برهان ١ من ٥ انّ في اه من اضعاف جز مثل ما في جميع اب من اضعاف حز وقد كنّا فرضنا في اه من اضعاف جز مثل ما في اب من اضعاف جد فقد صار مقدار اب اضعافا متساوية لمقداري حز جد فمقدار حز اذا مساو لمقدار جد فنسقط جز المشترك فيبقى زد مساويا لمقدار حج ففي هب من اضعاف زد مثل ما في اه من اضعاف جز فظاهر من برهان ١ من ٥ انّ في هب الباقي من اضعاف زد الباقي مثل ما في جميع اب من اضعاف جد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السادس من المقالة الخامسة

64 r.

اذا كان مقداران فيهما اضعاف متساوية لمقدارين آخرين وفصل من الاعظمين مقداران فيهما اضعاف متساوية للاصغرين فان الباقيين امّا ان يكونا مساويين للاصغرين وامّا ان يكون فيهما اضعاف متساوية لهما مثاله انّ الاعظمين اب جد والاصغرين ه ز وقد فصل من الاعظمين اح وجط وفي اح من اضعاف ه مثل ما في جط من اضعاف ز فاقول انّ حب وطد الباقيين امّا ان يكونا مساويين لمقداري ه ز وامّا ان يكون في حب الباقي من اضعاف

gnitudinis] *GD*. Dico igitur residuum *EB* residui *ZD* toties multiplex esse, quoties *AB* multiplex sit [magnitudinis] *GD*.

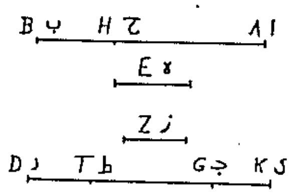


Demonstratio. Coniungatur magnitudo *GH* magnitudini *GZ*, et fiat *EB* [magnitudinis] *GH* toties multiplex, quoties *EA* [magnitudinis] *GZ*. Tum perspicuum est ex propositione 1 libri quinti *AE* [magnitudinis] *GZ* toties multiplicem esse, quoties totum *AB* multiplex sit [magnitudinis] *HZ*. Atqui posuimus *AE* [magnitudinis] *GZ* toties multiplicem esse, quoties *AB* multiplex esset [magnitudinis] *GD*. Ergo magnitudo *AB* duarum magnitudinum *HZ* et *GD* aeque multiplex est. Ergo magnitudo *HZ* aequalis est magnitudini *GD*. Subtrahatur autem *GZ*, quae utrique communis est, et relinquitur *ZD* aequalis magnitudini *HG*. Ergo *EB* [magnitudinis] *ZD* toties multiplex est, quoties *AE* multiplex est [magnitudinis] *GZ*, et perspicuum est ex propositione 1 libri quinti residuum *EB* residui *ZD* toties multiplex esse, quoties totum *AB* multiplex sit [magnitudinis] *GD*. Quod erat demonstrandum.

Propositio VI libri quinti. 64 r.

Si duae sunt magnitudines duarum alterarum aeque multiplices, et a maioribus magnitudinibus singulae magnitudines absciduntur aeque multiplices minorum, residua minoribus aut aequalia sunt aut earum multiplicia.

Exemplificatio. Sint *AB* et *GD* duae magnitudines maiores, et *E* et *Z* minores; abscidantur autem a duabus maioribus *AH* et *GT*; sit autem *AH* [magnitudinis] *E* toties multiplex, quoties *GT* multiplex est [magnitudinis] *Z*. Dico igitur residua *HB* et *TD* aut aequalia esse duabus magnitudinibus *E* et *Z*, suo ordine sumpta, aut residuum *HB* [magnitudinis] *E* toties multiplex esse, quoties residuum *TD* multiplex sit [magnitudinis] *Z*.



ه مثل ما في طد الباقي من اضعاف ز برهانه ان كان حب مساويا لمقدار د فانا نجعل جك مساويا لمقدار ز وان كان في حب اضعاف لمقدار ه فانا نجعل في جك من اضعاف ز مثل ما في بح من اضعاف ه ففي بح الاوّل من اضعاف ه الثاني مثل ما في جك الثالث من اضعاف ز الرابع وفي اح الخامس من اضعاف ه الثاني مثل ما في جط السادس من اضعاف ز الرابع فظاهر اذًا من برهان ٢ من ٥ انّ ما في الاوّل والخامس من اضعاف الثاني مثل ما في الثالث والسادس من اضعاف الرابع ففي اب اذًا من اضعاف ه مثل ما في كط من اضعاف ز وقد كنّا فرضنا في اب من اضعاف ه مثل ما في جد من اضعاف ز فاذًا في جد من اضعاف ز مثل ما في كط من اضعاف ز فمقدار كط مساوٍ لمقدار جد فاذا اسقطنا جط المشترك بقي كج مثل طد وكنّا فرضنا في جك من اضعاف ز مثل ما في حب من اضعاف ه ففي طد من اضعاف ز مثل ما في حب من اضعاف ه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السابع من المقالة الخامسة

المقادير المتساوية نسبتها الي مقدار آخر نسبة واحدة واذا نسب اليها ذلك المقدار فان نسبته ايضا اليها واحدة مثاله ان مقداري ا ب متساويان ومقدار ج مقدار آخر فاقول ان نسبة ا الي ج كنسبة ب الي ج ونسبة ج ايضا الي ا كنسبته الي ب برهانه انّا ناخذ لمقداري ا ب اضعافا متساوية وننزل انها مقدارا د ه وناخذ لمقدار ج اضعافا اخر اي الاضعاف كانت وننزل

Demonstratio. Si HB aequalis est magnitudini E, fiat GK aequalis magnitudini Z; si uero HB multiplex est [magnitudinis] E, fiat GK [magnitudinis] Z toties multiplex, quoties HB multiplex est [magnitudinis] E. Tum prima BH secundae E toties multiplex est, quoties tertia GK multiplex est quartae Z, et quinta AH secundae E toties multiplex est, quoties sexta GT multiplex est quartae Z. Ergo perspicuum est ex propositione 2 libri quinti primam et quintam toties multiplices esse secundae, quoties tertia et sexta multiplices sint quartae. Ergo AB [magnitudinis] E toties multiplex est, quoties KT [magnitudinis] Z multiplex est. Atqui posuimus AB [magnitudinis] E toties multiplicem esse, quoties GD multiplex esset [magnitudinis] Z. Ergo GD [magnitudinis] Z toties multiplex est, quoties KT multiplex est [magnitudinis] Z. Ergo magnitudo KT aequalis est magnitudini GD. Et si subtrahimus GT, quae utrique communis est, relinquitur KG aequalis [magnitudini] TD. Atqui posuimus GK [magnitudinis] Z toties multiplicem esse, quoties HB multiplex esset [magnitudinis] E. Ergo TD [magnitudinis] Z toties multiplex est, quoties HB multiplex est [magnitudinis] E. Quod erat demonstrandum.

Propositio VII libri quinti.

Aequales magnitudines ad aliam magnitudinem eandem rationem habent; et si haec magnitudo rationem ad illas habet, eandem rationem habet.

Exemplificatio. Sint A et B duae magnitudines aequales, et G alia magnitudo; dico igitur A ad G esse ut B ad G, atque etiam G ad A esse ut G ad B.

Demonstratio. Duarum magnitudinum A et B aeque multiplicia sumantur, quae sint duae magnitudines D et E. Sumatur etiam [magnitudinis] G quodlibet aliud multiplex, quae sit magnitudo Z.

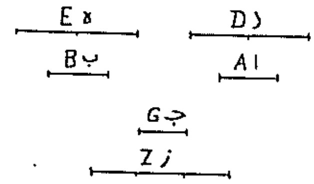
Tum, quoniam posita est D [magnitudinis] A toties multiplex, quoties E [magnitudinis]B multiplex est, et data est A magni-

انها مقدار ز فمن اجل انّ ما في د من اضعاف ا فرض مساويا لما في ه من اضعاف ب وا فرض مساويا لمقدار ب واذا كانت مقادير متساوية واخذت لها اضعاف متساوية فانّ المقادير التي هي اضعاف المقادير المتساوية هي ايضا متساوية فمقدار د مساو لمقدار ه ومقدار آخر مفروض وهو مقدار ز فظاهر ان مقدار د ان كان زائدا علي مقدار ز فانّ مقدار ه ايضا زائد علي ز وان كان د ناقصا عن ز فانّ ه ناقص عن ز وان كان مساويا له فهو مساو له فقدرا د ه اما ان يكونا زائدين معا[1] علي ز واما ناقصين معا عنه واما مساويين معا له وهما اضعاف متساوية لقدري ا ب ومقدار ز اضعاف لمقدار جـ فنسبة ا الي جـ كنسبة ب الي جـ ∴ واقول ايضا ان نسبة جـ الي ا كنسبته الي ب ونبيّن ايضا كما بيّنا انّ د ه متساويان وانّ ز ان كان زائدا علي د فهو ايضا زائد علي ه وان كان ناقصا عن د فانه ايضا ناقص عن ه وان كان مساويا له فهو ايضا مساو له فمقدار ز اما ان يكون زائدا علي د ه معا واما ناقصا منهما معا واما مساويا لهما معا ومقدار ز فرض اضعافا لمقدار جـ ومقدارا د ه فرضا اضعافا متساوية لمقداري ا ب فنسبة جـ اذن الي ا[2] كنسبته الي ب[3] وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثامن من المقالة الخامسة 64 u.

المقادير المختلفة اذا نسبت الي قدر آخر فانّ الاعظم اعظم نسبةً اليه من الاصغر واذا نسب هو اليها فنسبته الي الاصغر اعظم من نسبته الي الاعظم مثاله انّ مقداري اب جـ مختلفان مقدار اب اعظم من مقدار جـ ومقدار د

tudini B aequalis, et quoniam, si aequales magnitudines sunt, et sumpta sunt earum aeque multiplicia, etiam magnitudines, quae harum magnitudinum aeque multiplices sunt, aequales sunt. Ergo magnitudo D aequalis est magnitudini E. Sumpta uero est alia magnitudo Z. Itaque perspicuum est, si magnitudo D maior sit



magnitudine Z, etiam magnitudinem E maiorem esse magnitudine Z; si D minor sit quam Z, etiam E minorem esse quam Z; si aequalis sit, aequalem esse. Ergo utraque magnitudo D et E aut maior aut minor aut aequalis est [magnitudini] Z. Sunt uero magnitudinum A et B aeque multiplices, et magnitudo Z multiplex est magnitudinis G. Ergo ut A ad G, ita B ad G.

Dico etiam, G esse ad A, ut G ad B. Sicut antea demonstrare possumus D et E aequales esse, et si Z maior sit quam D, etiam maiorem esse quam E; si minor sit quam D, etiam minorem esse quam E; si aequalis sit, etiam aequalem esse. Ergo magnitudo Z aut maior est aut minor aut aequalis [duabus magnitudinibus] coniunctis D et E. Atqui magnitudo Z posita est multiplex magnitudinis G, et magnitudines D et E positae sunt magnitudinum A et B aeque multiplices. Ergo G est ad A ut G ad B. Quod erat demonstrandum.

Propositio VIII libri quinti. 64 u.

Si inaequales magnitudines rationem habent ad aliam magnitudinem, maior maiorem rationem ad eam habet quam minor; et si illa rationem ad eas habet, maiorem rationem habet ad minorem quam ad maiorem.

Exemplificatio. Sint AB et G duae magnitudines inaequales, et magnitudo AB maior sit magnitudine G; sit uero D alia

---

1) لما supra uersum.

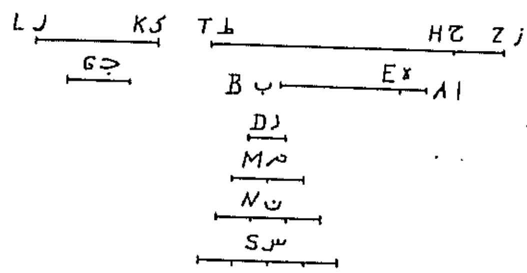
2) Supra uersum. In textu د.

3) Supra uersum. In textu ه.

مقدار آخر فاقول ان نسبة اب الي د اعظم من نسبة ج الي د واذا نسب د اليهما كانت نسبته الي ج اعظم من نسبته الي اب برهانه انا نفصل من اب ما فيه من اضعاف ج حتي يفضل مقدار ليس باعظم من مقدار ج فلننزل ان المفصول مقدار به وان مقدار اه الباقي ليس باعظم من ج فليس يخلو اه من ان يكون امّا اعظم من د وامّا مساويا له وامّا اصغر منه فلننزل اوّلاً انه اصغر منه ونضاعف مقدار اه حتي يصير اعظم من مقدار د وليكن الاضعاف الماخوذة لمقدار اه التي هي اعظم من مقدار د مقدار زح ونفرض مقداري حط وكل ونجعل في حط من اضعاف هب مثل ما في حز من اضعاف اه وكذلك فليكن في كل من اضعاف ج مثل ما في حز من اضعاف اه ونفرض مقدار م ضعفين لمقدار د ومقدار ن ثلثة اضعاف لمقدار د فلا نزال نضاعف علي هذا الترتيب الي ان نبلغ الي اوّل اضعاف لمقدار د يكون اعظم من مقدار كل فننزل انا قد فعلنا ذلك وبلغ بنا التضعيف الي مقدار س فصار مقدار س اوّل التضاعيف التي زادت علي مقدار كل فمن اجل انّ ما في زح من اضعاف اه مساو لما في حط من اضعاف هب فظاهر اذًا من برهان ١ من ٥ انّ ما في الواحد من اضعاف قرينه مساو لما في الجميع من اضعاف الجميع فما في زح اذًا من اضعاف اه مساو لما في زط من اضعاف اب وكنّا فرضنا في زح من اضعاف اه مثل ما في كل من اضعاف ج وقد تبيّن انّ ما في زح من اضعاف اه مساو لما في زط من اضعاف اب فما في زط اذًا من اضعاف اب مساو لما في كل من اضعاف ج وكنّا ايضا فرضنا ما في حط من اضعاف هب مساويا لما في كل من اضعاف ج فان كان هب مساويا لمقدار ج فانّ حط مساو لمقدار كل وان كان

magnitudo. Dico igitur AB ad D maiorem rationem habere ea, quam habeat G. Et si D rationem habet ad eas, maiorem rationem habet ad G quam ad AB.

Demonstratio. Abscidantur ab AB magnitudines aequales [magnitudini] G, donec relinquatur magnitudo non maior magnitudine G. Sit magnitudo BE pars subtracta, et magnitudo residua AE minor sit quam G. Tum AE aut maior erit aut aequalis aut minor quam D. Primum minor sit ea, et multiplicetur magnitudo AE, donec maior sit magnitudine D, et multiplex magnitudinis AE, quod maius est magnitudine D, sit magnitudo ZH. Sumantur duae magnitudines HT et KL, et fiat



HT [magnitudinis] EB toties multiplex, quoties HZ [magnitudinis] AE multiplex est, ac similiter KL [magnitudinis] G toties multiplex, quoties HZ multiplex est [magnitudinis] AE. Sumatur etiam magnitudo M, quae duplex est magnitudinis D, et magnitudo N, quae triplex est magnitudinis D, et continuetur multiplicatio hoc ordine[1]), donec perueniamus ad primum multiplex magnitudinis D, quod maius sit magnitudine KL. Ponatur ita nos fecisse, et multiplicationem nostram peruenisse ad magnitudinem S. Tum magnitudo S prima est multiplicationum, quae maior sit magnitudine KL. Itaque quoniam ZH [magnitudinis] AE toties multiplex est, quoties HT [magnitudinis] EB multiplex est, perspicuum est ex propositione 1 libri quinti unam magnitudinis ei respondentis toties multiplicem esse, quoties totum totius multiplex sit. Itaque ZH [magnitudinis] AE toties

---

[1]) I. e., ut reddit Heath, „et multiplicia deinceps sequentia, semper uno maiora". Continuatur enim multiplicatio numeris deinceps sequentibus.

اضعافا لهُ فانّ مقدارَ حط ايضا اضعاف لمقدارِ كل ولانا فرضنـــا مقدار س اعظم من مقدارِ كل وليس كل باصغرَ من مقدار ن وقد بيّنا انّ مقدارَ كل ايضا امّا ان يكون مـــاويا لمقدارِ حط وامّا اصغر منه فقدارُ حط اذًا ليس باصغرَ من مقدار ن وفرضنا زح اعظم من د فظاهرٌ اذًا انّ زط اعظم من د ون جميعا لكن س مـاوٍ لمقدارَي ن و د جميعا و زط اعظم من ند[1] فزط اذًا زائد على س وقد بيّنا ان س اعظم من كل فقدارُ س ليس باقلّ من كل وزط وكل اضعاف متساوية لمقدارَي اب وج ومقدارُ س اضعاف لمقدار د فقدارُ اب اذًا اعظم نسبةً الي مقدار د من مقدار ج الي مقدار د واقول ايضا انا اذا نسبنا مقدار د الي مقداري اب وج فانّ نسبة د الي ج اعظم من نسبة د الي اب ونبيّن كما بيّنا فمن اجل انّ مقدار س زائد علي مقدار كل وليس زائد علي مقدارِ زط ومقدارَا كل وزط اضعاف متساوية لمقداري اب وج ومقدار س اضعاف لمقدار د فنسبة د الي ج اعظم من نسبته الي اب ∴ وان كان اه مساويا لمقدار د او اعظم منه فانّ مقدار ج اعظم من مقدار د فنضعّف مقدار د حتى يصير اعظم من مقدار ج ونزل انه مقدار م واه[2] ليس

---

[1]) In codice س.

[2]) In margine. In textu واه.

[3]) Uidetur esse tautologia. Fortasse haec uerba et proxime antecedentia postea in textum inserta sunt.

[4]) Usque ad hunc locum demonstrationi contra dici non potest; simplicior etiam est quam Graeca in editione Heibergii. At quae sequuntur, breuius absolui possunt. Si $AE = D$ uel $AE > D$, magnitudines ZH et M superuacaneae sunt. Satis est magnitudinis D duplum, triplum etc. sumere, donec EB primum excedatur. G. J.

multiplex est, quoties ZT [magnitudinis] AB multiplex est. Atqui posuimus ZH [magnitudinis] AE toties multiplicem esse, quoties KL [magnitudinis] G multiplex esset; et demonstrauimus ZH [magnitudinis] AE toties multiplicem esse, quoties ZT [magnitudinis] AB multiplex esset; ergo ZT [magnitudinis] AB toties multiplex est, quoties KL [magnitudinis] G multiplex est. Atqui posuimus etiam HT [magnitudinis] EB toties multiplicem esse, quoties KL [magnitudinis] G multiplex esset. Ergo si EB aequalis est magnitudini G, HT aequalis est magnitudini KL; si uero huius multiplex est, etiam magnitudo HT multiplex est magnitudinis KL. Quoniam uero posuimus magnitudinem S maiorem esse magnitudine KL, cum KL non minor sit magnitudine N, et demonstrauimus etiam magnitudinem KL aut aequalem esse aut minorem magnitudine HT, ea de causa magnitudo HT non minor est magnitudine N. Posuimus uero ZH maiorem esse [magnitudine] D. Ergo perspicuum est ZT maiorem esse quam D et N coniunctas. Atqui S aequalis est duabus magnitudinibus N et D coniunctis, cum ZT maior sit quam D et N. Ergo ZT in excessu est [magnitudinis] S. Atqui demonstrauimus S maiorem esse quam KL, ita ut magnitudo S non minor sit quam KL[3]); et ZT et KL duarum magnitudinum AB et G aeque multiplices sunt, et magnitudo S multiplex est magnitudinis D. Ergo magnitudo AB maiorem rationem habet ad magnitudinem D, quam magnitudo G ad magnitudinem D.

Rursus dico, si magnitudo D rationem habeat ad duas magnitudines AB et G, rationem [magnitudinis] D ad G maiorem fore quam rationem [magnitudinis] D ad AB.

Demonstratio est ut antea. Tum, quoniam magnitudo S in excessu est magnitudinis KL, at magnitudinis ZT in excessu non est, et magnitudines KL et ZT magnitudinum AB et G aeque multiplices sunt, et magnitudo S multiplex est magnitudinis D, ea de causa ratio [magnitudinis] D ad G maior est quam ratio [magnitudinis] D ad AB[4]).

Si uero AE aequalis est magnitudini D uel ea maior, magnitudo G maior est magnitudine D. Multiplicetur magnitudo D, donec

باعظم من ج فاه اذا اصغر من م فنضاعف اه حتي يصير اعظم من م | وليكن 65 r.
الاضعاف الماخوذة لمقدار اه التي هي اعظم من م مقدار زح وناخذ لقدري
دب وج اضعافا مثل ما في زح من اضعاف اه وليكونا مقداري حط وكل
ونجعل ن ثلثة اضعاف م وس اربعة اضعاف ن[1] حتي نصير الي اول اضعاف
تكون اعظم من كل ونزل انه مقدار س ونبين كما بينا ان زط زائد علي س
وكل غير زائد علي س فنسبة اب الي د اعظم من نسبة ج الي د ونسبة د الي
ج اعظم من نسبته الي اب وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل التاسع من المقالة الخامسة

اذا كانت مقادير نسبتها الي مقدار واحد نسبة واحدة فان المقادير متساوية وان كانت نسبة المقدار الواحد الي مقادير واحدة فان المقادير متساوية مثاله ان مقداري ا ب نسبتها[2] الي مقدار ج نسبة واحدة فاقول ان مقداري ا ب متساويان فان امكن ان يكونا غير متساويين فان ا اذا اما ان يكون اعظم من ب واما اصغر وقد بينا ببرهان ٨ من ه ان المقادير المختلفة اذا نسبت الي مقدار آخر فان الاعظم اعظم نسبة اليه من الاصغر فنسبة ا اذا[3] الي ج اعظم من نسبة ب الي ج وكنا فرضنا نسبة ا الي ج مثل نسبة ب الي ج وهذا خلف وكذلك لا يمكن ان يكون ا اصغر من ب لما بينا فهما اذا متساويان وايضا فان نسبة ج الي ا مثل نسبة ج الي ب فاقول ان

---

1) Fortasse iterum م legendum est.

2) Sic in codice. Melius نسبتهما.

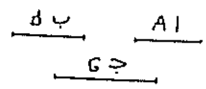
3) اذا supra uersum.

maior fiat magnitudine G, et sit M illa magnitudo. Atqui AE non maior est quam G. Ergo AE minor est quam M. Multiplicetur igitur AE, donec maior fiat quam M, et multiplex magnitudinis 65 r.
AE, quod maius est quam M, sit ZH. Sumantur duarum magnitudinum EB et G toties multiplicia, quoties ZH multiplex est [magnitudinis] AE, et hae duae magnitudines sint HT et KL. Fiat N triplex [magnitudinis] M[1]), et S quadruplex [magnitudinis] M[2]), donec perueniamus ad primam magnitudinem, quae maior sit quam KL, et haec magnitudo sit S. Tum demonstramus ut antea ZT in excessu esse [magnitudinis] S, et KL non esse in excessu [magnitudinis] S, atque ea de causa rationem [magnitudinis] AB ad D maiorem esse ratione [magnitudinis] G ad D, et rationem [magnitudinis] D ad G maiorem esse ratione [magnitudinis] D ad AB. Quod erat demonstrandum.

Propositio IX libri quinti.

Magnitudines, quae ad eandem magnitudinem eandem rationem habent, aequales sunt; et magnitudines, ad quas eadem magnitudo eandem rationem habet, aequales sunt.

Exemplificatio. Habeant duae magnitudines A et B ad magnitudinem G eandem rationem. Dico igitur duas magnitudines A et B aequales esse.



Demonstratio[3]). Si fieri potest, sint inaequales. Tum A aut maior esset aut minor quam B; de demonstrauimus in propositione 8 libri quinti, si magnitudines inaequales ad aliam magnitudinem rationem habeant, maiorem rationem ad eam maiorem habere quam minorem. Ergo ratio [magnitudinis] A ad G maior est quam ratio [magnitudinis] B ad G; posuimus autem rationem [magnitudinis] A ad G aequalem esse rationi [magnitudinis] B ad G; quod repugnans est. Eadem

---

[1]) Nonne legendum est „D" ?

[2]) Nonne legendum est „D" ?

[3]) Omittit codex.

ا مساوٍ لب برهانه انه لا يُمكن غيرُ وان امكن فليكن ا اعظمَ من ب او اصغرَ منه فلو كان اعظم منه لكانت نسبة ج الي ا اصغرَ من نسبته الي ب وليس كذلك ولو كان ا اصغر من ب لكانت نسبة ج الي ا اعظم من نسبته الي ب وليس كذلك فهما اذًا متساويان وذلك ما اردنا[1] ان تبيّن ∴

الشكل العاشر من المقالة الخامسة

اذا كانت مقادير نسبتها الي مقدار آخر مختلفة فانّ الذي نسبتهُ اليه اعظم هو اعظمها واذا كان مقدار نسبتهُ الي مقاديرَ أُخَر مختلفة فانّ الذي النسبة اليه اعظم هو اصغرُها مثالهُ ان مقدار ا نسبتهُ الي مقدار ج اعظم من نسبة ب الي ج فاقول ان ا اعظم من ب برهانهُ انه ان لم يكن ا اعظم من ب فهو اذًا مثلهُ او اصغر منهُ فلو كان مثله لكانت نسبتها[2] الي مقدار ج واحدةً كما بيّن ببرهان ٧ من ه وليست كذلك ولو كان اصغر منه لكانت نسبة ا الي ج اصغرَ من نسبة ب الي ج كما بيّن ببرهان ٨ من ه وليس[3] كذلك فليس اذًا ا بمساوٍ لمقدار ب ولا هو اصغر منه فهو اذًا اعظم منه ∵ وايضًا فان نسبة ج الي ب اعظم منها الي ا فاقول ان ب اصغرُ من ا برهانه انه[4] ان لم يكن اصغر منه فهو مساوٍ لهُ او اعظم منهُ ولو كان مساويًا له لكانت نسبة ج الي ا كنسبته الي ب كما بيّن ببرهان ٧ من ه وليست كذلك ولو

---

1) In codice ارنا.
2) Melius fortasse نسبتهما.
3) Sic in codice. Melius ليست.
4) انه supra uersum.

etiam de causa, quam attulimus, fieri non potest, ut A minor sit quam B. Ergo sunt aequales.

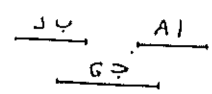
Rursus, si ratio [magnitudinis] G ad A aequalis est rationi [magnitudinis] G ad B, dico A et B aequales esse.

Demonstratio. Aliter fieri non potest. Nam si fieri potest, sit A maior quam B aut minor. Si maior est, ratio [magnitudinis] G ad A minor est quam ratio [magnitudinis] G ad B, quod ita non est; si minor est quam B, ratio [magnitudinis] G ad A maior est quam ratio [magnitudinis] G ad B, quod ita non est. Ergo sunt aequales. Quod erat demonstrandum.

Propositio X libri quinti.

Si ratio magnitudinum ad aliam magnitudinem inaequalis est, ea, quae maiorem ad eam rationem habet, maior earum est; et si ratio magnitudinis ad alias magnitudines inaequalis est, ea, ad quam maiorem rationem habet, minor earum est.

Exemplificatio. Sit ratio magnitudinis A ad magnitudinem G maior quam ratio [magnitudinis] B ad G. Dico igitur A maiorem esse quam B.



Demonstratio. Si A non maior est quam B, aut aequalis ei est aut minor ea. Si aequalis est, eandem rationem habent ad magnitudinem G, ut in propositione 7 libri quinti demonstrauimus, quod ita non est; si minor est, ratio [magnitudinis] A ad G minor est quam ratio [magnitudinis] B ad G, ut in propositione 8 libri quinti demonstrauimus, quod ita non est. Itaque A non aequalis est magnitudini B nec minor ea. Ergo maior est ea.

Rursus sit ratio [magnitudinis] G ad B maior quam ratio [magnitudinis] G ad A, dico B minorem esse quam A.

Demonstratio. Si non minor est ea, aut aequalis est ei aut maior ea. Si aequalis est, ratio [magnitudinis] G ad A aequalis est rationi [magnitudinis] G ad B, ut demonstrauimus in propositione 7 libri quinti, quod ita non est; si B maior est quam A,

كان ب اعظم من ا لكانت نسبة ج الي ا اعظم من نسبته الي ب كما بيّن ببرهان ٨ من ه وليس[1] كذلك فليس ا بمساو لمقدار ب ولا هو ايضا اصغر منه فهو اذًا اعظم منه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الحادى عشر من المقالة الخامسة

المقادير التى نسبتها الي مقادير أخر واحدة فهي متناسبة مثاله ان نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د ونسبة ه الي ز كنسبة ج الي د فاقول ان نسبة ا[2] الي ب كنسبة ه الي ز برهانه انا ناخذ لمقادير ا ج ه اضعافا متساوية اي الاضعاف كانت وننزل انها مقادير ح ط ك وناخذ | ايضا لمقادير ب د ز اضعافا 65 u.

متساوية اي الاضعاف كانت وننزل انها مقادير ل م ن فمن اجل انّ نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د وقد أخذ لمقداري ا ج اضعاف متساوية [3]وهما مقدارا ح ط وقد أخذ ايضا لمقداري ب د اضعاف متساوية[3] وهما مقدارا ل م فظاهر ممّا تقدّم ببرهان ٤ من ه ان مقداري ح ط امّا ان يكونا زايدين معًا علي مقداري ل م وامّا ناقصين معًا عنهما وامّا مساويين معًا لهما وايضا فمن اجل انّ نسبة ه الي ز كنسبة ج الي د وقد أخذ لمقداري [4]ه ج اضعاف متساوية وهما ك ط وأخذ ايضا لمقداري[4] ز د اضعاف متساوية وهما م ن فقدارا ك ط امّا ان يكونا زايدين معًا علي مقداري ن م وامّا ناقصين معًا عنهما وامّا مساويين معًا لهما فقدرًا ح ك امّا ان يكونا زايدين معًا علي ل ن وامّا ناقصين معًا عنهما وامّا مساويين لهما فنسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز وذلك ما اردنا ان نبيّن

[1]) Sic in codice. Melius ليست.
[2]) ا supra uersum.
[3])—[3]) in margine.
[4])—[4]) in margine.

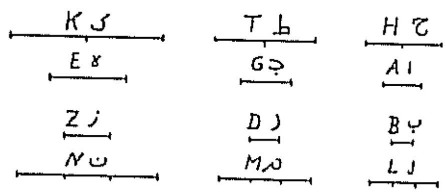
ratio [magnitudinis] G ad A maior est quam ratio [magnitudinis] G ad B, ut in propositione 8 libri quinti demonstrauimus, quod ita non est. Itaque A neque aequalis est magnitudini B neque minor ea. Ergo maior est ea. Quod erat demonstrandum.

Propositio XI libri quinti[1]).

Magnitudines, quae ad alias magnitudines eandem rationem habent, proportionales sunt.

Exemplificatio. Sit A ad B ut G ad D et E ad Z ut G ad D. Dico igitur A esse ad B ut E ad Z.

Demonstratio. Sumantur magnitudinum A, G, E quaelibet aeque multiplicia, et sint magnitudines H, T, K. Sumantur etiam magnitudinum B, D, Z quaelibet aeque multiplicia, et sint 65 a.
magnitudines L, M, N. Tum, quoniam A est ad B ut G ad D, et magnitudinum A et G aeque multiplicia sumpta sunt, magnitudines H et T, atque etiam magnitudinum B et D aeque multiplicia, magnitudines L et M, perspicuum est ex propositione 4 libri quinti duas magnitudines H et T aut in excessu aut minores aut aequales esse duabus magnitudinibus L et M, suo ordine sumptas. Rursus, quoniam E est ad Z ut G ad D, et duarum magnitudinum E et G aeque multiplicia sumpta sunt, K et T, atque etiam duarum magnitudinum Z et D aeque multiplicia sumpta sunt, M et N[2]), ea de causa duae magnitudines K et T aut in excessu aut minores aut aequales sunt duabus magnitudinibus N et M. Itaque duae magnitudines H et K aut in excessu aut minores aut aequales sunt [magnitudinibus] L et N. Ergo est A ad B ut E ad Z. Quod erat demonstrandum.



[1]) Animaduertendum est explicationem huius propositionis ab ea differre, quam in nostro Euclide legimus.

[2]) Exspectari poterat „N et M". At in codice litterae hoc modo positae sunt.

الشكل الثاني عشر من المقالة الخامسة

اذا كانت مقادير وكانت نسبة الاوّل الي الثاني كنسبة الثالث الي الرّابع ونسبة الثالث الي الرابع اعظم من نسبة الخامس الي السادس فان نسبة الاوّل الي الثاني اعظم من نسبة الخامس الي السادس مثاله ان نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د ونسبة ج الي د اعظم من نسبة ه الي ز فاقول ان نسبة ا الي ب اعظم من نسبة ه الي ز برهانه من اجل انّ نسبة ج الي د اعظم من نسبة ه الي ز فانّا متى اخذنا لمقداري ج ه اضعافا متساوية مثل مقداري ح ط واخذنا ايضًا لمقداري د ز اضعافا متساوية مثل مقداري ك ل فانّ مقدار ح يمكن ان يزيد علي مقدار ك ومقدار ط يمكن ان ينقص عن مقدار ل واذا كان هكذا فمقدار ط غير زايد علي مقدار ل ونفرض ايضًا مقداري م ن وليكن في م من اضعاف ا مثل ما في ح من اضعاف ج وفي ن من اضعاف ب مثل ما في ك من اضعاف د فمن اجل ان نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د فمقدارا م ح امّا ان يكونا زايدين معًا علي مقداري ن ك وامّا ناقصين معًا منهما وامّا مساويين معا لهما لكنّا قد بيّنا انّ مقدار ح زايد علي مقدار ك وط غير زايد علي ل فمقدار م اذًا زايد علي ن وط غير زايد علي ل وم ط اخذا اضعافا متساوية لمقداري ا ه ون ل اخذا اضعافا متساوية لمقداري ب ز فنسبة ا الي ب اذًا اعظم من نسبة ه الي ز وذلك ما اردنا ان نبيّن

---

1) Haec est nostri Euclidis propositio XIII.

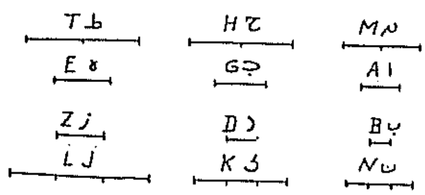
2) Hoc non uere dicitur. Demonstratum est *H* in excessu esse posse magnitudinis *K*, sicut *T* minor esse possit quam *L*. Melius dixisset: „Atqui posuimus".

Propositio XII libri quinti[1]).

Si magnitudines tales sunt, ut ratio primae ad secundam aequalis sit rationi tertiae ad quartam, at ratio tertiae ad quartam maior sit quam ratio quintae ad sextam, etiam ratio primae ad secundam maior est quam ratio quintae ad sextam.

Exemplificatio. Sit ratio [magnitudinis] A ad B aequalis rationi [magnitudinis] G ad D, at ratio [magnitudinis] G ad D maior quam ratio [magnitudinis] E ad Z. Dico igitur etiam rationem [magnitudinis] A ad B maiorem esse quam rationem [magnitudinis] E ad Z.

Demonstratio. Quoniam ratio [magnitudinis] G ad D maior est quam ratio [magnitudinis] E ad Z, si sumimus magnitudinum G et E aeque multiplicia, ut magnitudines H et T, atque etiam magnitudinum D et Z aeque multiplicia, ut magnitudines K et L, tum magnitudo H in excessu esse potest magnitudinis K, et magnitudo T minor quam magnitudo L. Et si hoc ita est, magnitudo T non maior est quam magnitudo L.



Rursus sumantur duae magnitudines M et N, et sit M [magnitudinis] A toties multiplex, quoties H [magnitudinis] G multiplex est, et sit N [magnitudinis] B toties multiplex, quoties K [magnitudinis] D multiplex est. Tum quoniam ratio [magnitudinis] A ad B aequalis est rationi [magnitudinis] G ad D, ea de causa duae magnitudines M et H aut in excessu aut minores aut aequales sunt duabus magnitudinibus N et K suo ordine sumptae. Atqui demonstrauimus[2]) magnitudinem H in excessu esse magnitudinis K, et [magnitudinem] T non esse in excessu [magnitudinis] L. Ergo magnitudo M in excessu est [magnitudinis] N, et T non est in excessu [magnitudinis] L. Atqui M et T sumptae erant magnitudinum A et E aeque multiplices, et N et L magnitudinum B et Z aeque multiplices. Ergo ratio [magnitudinis] A ad B maior est quam ratio [magnitudinis] E ad Z. Quod erat demonstrandum.

الشكل الثالث عشر من المقالة الخامسة

اذا كانت مقادير متوالية متناسبة كم كانت فانّ نسبة واحدٍ من المقدّمات الي قرينه من التوالي كنسبة كلّ المقدّمات الي كلّ التوالي مثاله ان مقادير ا ب ج د ه ز متوالية متناسبة نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د ونسبة ج الي د كنسبة ه الي ز فاقول انّ نسبة ا الذي هو احدُ المقدّمات الي ب الذي هو قرينه من التوالي كنسبة كلّ ا ج ه اذا جُمعت الي كلّ ب د ز اذا جُمعت بُرهانه انّا ناخذ لمقادير ا ج ه اضعافًا متساوية ايّ الاضعاف كانت [1]وهي ح ط ك ولمقادير ب د ز اضعافًا متساوية اي الاضعاف كانت[1] ولتكن ل م ن فلانّ في ح من اضعاف ا مثل ما في ط من اضعاف ج وفي ك من اضعاف ه مثل ما في [2]ط من اضعاف ج[2] فظاهر من بُرهان ا من ه ان في ح من اضعاف ا مثل ما في جميع ح ط ك من اضعاف جميع ا ج ه | وكذلك 66 r.
يتبيّن انّ في ل من اضعاف ب مثل ما في جميع ل م ن من اضعاف جميع ب د ز فان كان مقدارُ ح زايدًا علي ل فانّ ح ط ك اذا جُمعت تكون[3] ايضًا زايدة علي ل م ن مجموعة وان كان ح ناقصًا عن ل فانّ ح ط ك اذا جمعت تكون ايضًا ناقصةً عن ل م ن اذا جُمعت وان كان ح مُساويًا لمقدار ل فانّ ح ط ك مجموعةً ايضا مساويةً لمجموع ل م ن فنسبة ا الي ب اذًا كنسبة ا ج ه اذا جُمعت الي ب د ز اذا جُمعت وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

---

[1])—[1]) in margine. Pro ولتكن fortasse وهي legendum est.

[2])—[2]) lacuna in codice, suppleta propter sententiam.

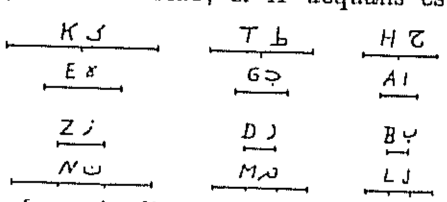
[3]) Codex praebet تكو†ن, at signum † uix intellegitur. Est fortasse littera ا (quae re uera littera est Arabica) a librario deleta; nam recte legeretur تكون.

Propositio XIII libri quinti[1]).

Si quotlibet magnitudines alia aliam subsequentes proportionales sunt, ratio unius antecedentium ad sequentem ei respondentem aequalis est rationi omnium antecedentium ad omnes sequentes.

Exemplificatio. Sint magnitudines *A*, *B*, *G*, *D*, *E*, *Z* alia aliam subsequentes et proportionales, et ratio [magnitudinis] *A* ad *B* aequalis rationi [magnitudinis] *G* ad *D*, et ratio [magnitudinis] *G* ad *D* aequalis rationi [magnitudinis] *E* ad *Z*. Dico igitur rationem antecedentis *A* ad sequentem *B* sibi respondentem aequalem esse rationi summae [magnitudinum] *A*, *G*, *E* coniunctarum ad summam [magnitudinum] *B*, *D*, *Z* coniunctarum.

Demonstratio. Sumantur quaelibet magnitudinum *A*, *G*, *E* aeque multiplicia, quae sint *H*, *T*, *K*, atque etiam quaelibet magnitudinum *B*, *D*, *Z* aeque multiplicia, quae sint *L*, *M*, *N*. Tum, quoniam *H* [magnitudinis] *A* toties multiplex est, quoties *T* [magnitudinis] *G* multiplex est, et *K* [magnitudinis] *E* toties multiplex est, quoties [*T* magnitudinis *G* multiplex est][2]), ea de causa perspicuum est ex propositione 1 libri quinti [magnitudinem] *H* [magnitudinis] *A* toties multiplicem esse, quoties omnes [magnitudines] *H*, *T*, *K* omnium [magnitudinum] *A*, *G*, *E* multiplices sint. Similiter adparet [magnitudinem] *L* [magnitu- 66 r.
dinis] *B* toties multiplicem esse, quoties omnes [magnitudines] *L*, *M*, *N* omnium [magnitudinum] *B*, *D*, *Z* multiplices sint. Itaque si magnitudo *H* in excessu est [magnitudinis] *L*, etiam *H*, *T*, *K* coniunctae in excessu sunt [magnitudinum] *L*, *M*, *N* coniunctarum; si *H* minor est quam *L*, etiam *H*, *T*, *K* coniunctae minores sunt quam *L*, *M*, *N* coniunctae; si *H* aequalis est magnitudini *L*, etiam *H*, *T*, *K* coniunctae aequales sunt [magnitudinibus] *L*, *M*, *N* coniunctis. Ergo ratio [magnitudinis] *A* ad *B* aequalis est rationi [magnitudinum] *A*, *G*, *E* coniunctarum ad *B*, *D*, *Z* coniunctas. Quod erat demonstrandum.



[1]) Haec est nostri Euclidis propositio XII.

[2]) Uerba „*T* magnitudinis *G*“ etc. omittit codex, spatio uacuo relicto.

الشكل الرابع عشر من المقالة الخامسة

اذا كانت اربعة مقادير متناسبةً وكان الاوّل اعظمَ من الثالث فان الثاني اعظم من الرابع وان كان مُساويًا له فهو مُساوٍ له وان كان اصغر منه فهو اصغر منه مثالهُ ان مقادير ا ب ج د الاربعة متناسبة نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د وا اعظمُ من ج فاقول ان ب اعظم من د بُرهانه ان ا اعظم من ج وب مقدارٌ آخر فظاهرٌ من بُرهان ٨ من ه ان نسبة ا الي ب اعظم من نسبة ج الي ب ولكن نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د فتصيرُ اذًا نسبة ج الي د اعظم من نسبة ج الي ب فظاهرٌ من بُرهان ١٠ من ه ان الذي اليه النسبة اعظم فهو اصغر فمقدار د اذًا اصغر من ب فمقدارُ ب اعظم من مقدار د وكذلك ايضا نبيّن انّ ا لو[1] كان مُساويًا لمقدار ج لكان ب مُساويًا لمقدار د باستشهاد شكل ١١ من ه وكذلك يتبيّن انّ ا ان كان اصغر من ج فانّ ب اصغر من د باستشهاد الشكلين الاوّلين اعني ٨ و ١٠ من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الخامس عشر من المقالة الخامسة

اذا كانت مقاديرُ وأُخذ لها اضعاف متساوية فان نسبة المقادير بعضها الي بعض كنسبة اضعافها بعضها الي بعض مثالهُ ان مقداري ج ز مفروضان وقد

---

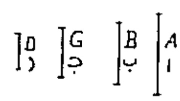
[1] Sic in codice. Melius esset ان, ut in sequentibus.

Propositio XIV libri quinti.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt, et prima maior est quam tertia, etiam secunda maior est quam quarta; si aequalis illi est, aequalis est; si minor, minor.

Exemplificatio. Sint quattuor magnitudines A, B, G, D proportionales, A ad B ut G ad D, et sit A maior quam G; dico igitur B maiorem esse quam D.

Demonstratio. Si A maior est quam G, et B alia est magnitudo, perspicuum est ex propositione 8 libri quinti rationem [magnitudinis] A ad B maiorem esse ratione [magnitudinis] G ad B. Atqui A est ad B ut G ad D. Ergo ratio [magnitudinis] G ad D maior est quam ratio [magnitudinis] G ad B. Atqui perspicuum est ex propositione 10 libri quinti, ad quod ratio maior est, minus esse. Ergo magnitudo D minor est quam B; ergo magnitudo B maior est quam magnitudo D.



Eodem modo etiam demonstrare possumus per propositionem 11 libri quinti, si A aequalis sit magnitudini G, [magnitudinem] B aequalem esse magnitudini D; ac perspicuum etiam est ex duabus primis propositionibus, 8 et 10 huius libri, si A minor sit quam G, etiam B minorem esse quam D. Quod erat demonstrandum[1]).

Propositio XV libri quinti.

Si magnitudines sunt, et earum sumuntur aeque multiplicia, ratio magnitudinum inter se aequalis est rationi earum multiplicium inter se.

Exemplificatio. Sint G et Z datae magnitudines, quarum aeque multiplicia AB et DE sumpta sunt, ita ut AB [magnitudinis] G toties multiplex sit, quoties DE [magnitudinis] Z multiplex sit. Dico igitur G esse ad Z ut AB ad DE.

---

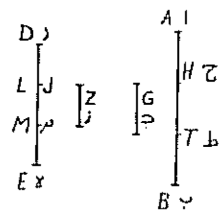
[1]) Cfr. Gh. Cr. p. 170, 16. Uerba, quae uix intelleguntur, a Gh. Cr. propositioni 14 addita desunt textui Arabico.

اخذ لهما اضعاف متساوية وهي اب وده وفي اب من اضعاف ج مثل ما في ده من اضعاف ز فاقول ان نسبة ج الي ز كنسبة اب الي ده برهانه انا نفصل ما في اب وده من اضعاف ج ز وهي اح حط طب ودل لم مه فقادير اح حط طب متساوية لان كل واحد منها مثل ج [1] وايضا مقادير دل لم مه متساوية لان كل واحد منها مثل ز [1] وعدة اح وحط وطب مساوية لعدة دل ولم ومه فظاهر ان نسبة اح الي دل كنسبة حط الي لم وكنسبة طب الي مه فبين من برهان ١٣ من ٥ ان نسبة اح الي دل كنسبة اب الي ده واح مساو لمقدار ج ودل مساو لمقدار ز فنسبة ج الي ز كنسبة اب الي ده وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل السادس عشر من المقالة الخامسة

كل اربعة مقادير متناسبة فانها اذا ابدلت تكون متناسبة مثاله ان مقادير ا ب ج د متناسبة نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د فاقول انها اذا بدلت تكون نسبة ا الي ج كنسبة ب الي د برهانه انا ناخذ لمقداري ا ب اضعافا متساوية اي الاضعاف كانت ولتكن ه ز وناخذ لمقداري ج د اضعافا متساوية اي الاضعاف كانت ولتكن ح ط فمن اجل ان ا ب قد اخذ لهما اضعاف متساوية وهي ه ز فظاهر من برهان ١٥ ان نسبة المقدارين احدهما الي الآخر كنسبة الاضعاف الماخوذة لهما احدهما الي الآخر فنسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز وكذلك يتبين ان نسبة ج الي د كنسبة ح الي ط ولكن نسبة ج الي د كنسبة ا الي ب ونسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز فاذا | اسقطنا 66 u.

Demonstratio. Abscidantur ab AB et DE magnitudines aequales [magnitudinibus] G et Z, quae sint AH, HT, TB et DL, LM, ME. Tum magnitudines AH, HT, TB aequales sunt, quoniam unaquaeque aequalis est [magnitudini] G. Etiam magnitudines DL, LM, ME aequales sunt, quoniam unaquaeque aequalis est [magnitudini] Z. Atqui numerus [magnitudinum] AH, HT, TB aequalis est numero [magnitudinum] DL, LM, ME. Ergo perspicuum est AH esse ad DL ut HT ad LM, ut TB ad ME. Itaque adparet ex propositione 13 libri quinti AH esse ad DL ut AB ad DE. Atqui AH aequalis est magnitudini G, et DL aequalis est magnitudini Z. Ergo G est ad Z ut AB ad DE. Quod erat demonstrandum.



Propositio XVI libri quinti.

Si quaelibet quattuor magnitudines proportionales permutantur, proportionales sunt.

Exemplificatio. Sint magnitudines A, B, G, D proportionales, ita ut A sit ad B ut G ad D. Dico igitur, si permutentur, A esse ad G ut B ad D.

Demonstratio. Sumantur duarum magnitudinum A et B quaelibet aeque multiplicia, quae sint E et Z, atque etiam duarum magnitudinum G et D quaelibet aeque multiplicia, quae sint H et T. Tum, quoniam [magnitudinum] A et B aeque multiplicia sumpta sunt, E et Z, perspicuum est ex propositione 15 magnitudines inter se esse ut multiplicia earum, quae sumpta sunt, inter se. Itaque A est ad B ut E ad Z. Et eodem modo adparet G esse ad D ut H ad T. Atqui G est ad D ut A ad B, et A est ad B ut E ad Z. Ergo si tollimus medios terminos, ut adparet ex proposi- 66 u.
tione 11, E est ad Z ut H ad T. Et perspicuum est ex propositione 14, si e quattuor magnitudinibus prima in excessu sit tertiae,

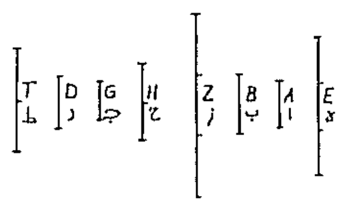
¹)—¹) in margine.

الوسايط كما بين من برهان ١١ كانت نسبة ه الي ز كنسبة ح الي ط فظاهر من برهان ١٤ ان كل اربعة مقادير متناسبة فانّ الاوّل ان كان زايدًا علي الثالث فانّ الثاني (¹زايد علي الرابع وان كان الاوّل ناقصًا عن الثالث فانّ الثاني¹) ناقص عن الرابع وان كان الاوّل مساويا للثالث فانّ الثاني مساوٍ للرّابع فقدارا ه ز امّا زايدان معًا علي ح ط وامّا ناقصان معًا عنهما وامّا مساويان معًا لهما لكن ه ز فرضا اضعافًا متساوية (²لمقداري ا ب وح ط فرضا اضعافا متساوية²) لمقداري جـ د فيصير اذًا بحسب هذه الاضعاف ا الاوّل وب الثالث وجـ الثاني ود الرابع فنسبة ا الي جـ كنسبة ب الي د وذلك ما اردنا ان نبيّن

شكل مضاف[3] الي السادس عشر من المقالة الخامسة اذا كانت اربعة مقادير وكانت نسبة الاوّل الي الثاني اعظم من نسبة الثالث الي الرابع فانّا اذا بدّلنا تكون[4] نسبة الاوّل الي الثالث اعظم من نسبة الثاني الي الرّابع مثاله ان مقادير ا ب جـ ده الاربعة نسبة ا الي ب اعظم من نسبة جـ الي ده فاقول انّا اذا بدّلنا تكون[5] نسبة ا الي جـ (⁶اعظم من نسبة ب الي ده برهانه انه لا يمكن غيره فان امكن فلتكن[7] نسبة ا الي جـ⁶) مثل نسبة ب الي ده او اصغر منها فلننزل اوّلاً انها مثلها فتكون[8] اذًا نسبة ا الي جـ كنسبة ب الي ده فاذا بدّلنا تكون[8] نسبة ا الي ب كنسبة جـ الي ده وهذا محال لانّ نسبة ا الي ب اعظم من نسبة جـ الي ده واقول انه لايمكن ايضا ان تكون[8] نسبة ا الي

¹)—¹) in margine.
²)—²) in margine.
³) Cf. p. 65, adnot. 1.
⁴) Codex praebet يكون.
⁵) Codex praebet يكون.
⁶)—⁶) in margine.
⁷) Codex praebet فليكن.
⁸) Codex praebet يكون.

secundam esse in excessu quartae; si prima minor sit tertia, secundam minorem esse quarta; si prima aequalis sit tertiae, secundam aequalem esse quartae. Ergo duae magnitudines E et Z aut maiores aut minores aut aequales sunt [magnitudinibus] H et T suo ordine sumptae. Atqui E et Z sumptae erant duarum magnitudinum A et B aeque multiplices, et H et T sumptae erant duarum magnitudinum G et D aeque multiplices. Ergo si haec multiplicia respicimus, A prima fit, B tertia, G secunda, D quarta. Ergo A est ad G ut B ad D. Quod erat demonstrandum.



Propositio addita propositioni XVI libri quinti[1]).

Si ratio primae e quattuor magnitudinibus ad secundam maior est quam ratio tertiae ad quartam, si permutamus, ratio primae ad tertiam maior est quam ratio secundae ad quartam.

Exemplificatio. Sint A, B, G, DE quattuor magnitudines, ita ut ratio [magnitudinis] A ad B maior sit quam ratio [magnitudinis] G ad DE. Dico igitur, si permutemus, rationem [magnitudinis] A ad G maiorem esse quam rationem [magnitudinis] B ad DE.

Demonstratio. Aliter esse non potest. Nam si fieri potest, sit ratio [magnitudinis] A ad G aequalis rationi [magnitudinis] B ad DE aut minor ea. Primum sit aequalis ei. Tum A est ad G ut B ad DE; et, si permutamus, A est ad B ut G ad DE; quod

[1]) Supra ق uocabuli مضاف („addita") in codice scriptum est صح; i. e. secundum Wrightii artem grammaticam uocabulum „recte se habet", etsi in forma eius uel uocalibus additis singulare aliquod esse uidetur (uol. I, p. 25. 1874). Hoc صح etiam supra مضاف duarum propositionum, quae propositioni 18 additae sunt, adparet, neque tamen adparet in duabus propositionibus, quae propositioni 23 additae sunt, ubi sane مضاف usurpatur, in priore propositione sine شكل („propositio").

جـ اصغر من نسبة ب الى ده برهانه انا نجعل نسبة ا الى جـ كنسبة ب الى در فاذا بدّلنا تكون نسبة ا الى ب كنسبة جـ الى در وقد كنّا فرضنا نسبة ا الى ب اعظم من نسبة جـ الى ده فنسبة جـ الى در اذًا[1] اعظم من نسبة جـ الى ده[2] والذي النسبة اليه اعظم فهو اصغرُ فقدار در اذًا اصغرُ من مقدار ده الاعظم اصغرُ من الاصغر هذا محال غير ممكن وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السابع عشر من المقالة الخامسة

اذا كانت مقاديرُ مركّبة متناسبةً فانّها اذا فُصّلت تكون متناسبة مثالهُ ان مقادير اب به وجد دز مركّبة متناسبة نسبة اب الى به كنسبة جد الى دز فاقول انّها اذا فصّلت تكون متناسبةً نسبة اه الى هب كنسبة جز الى زد برهانه انا ناخذ لمقادير اه هب وجز زد اضعافًا متساوية وهي مقادير حط طك ولم من ونزل انّ حط فيه من اضعاف اه مثلُ ما في طك من اضعاف هب وفي لم من اضعاف جز مثل ما في من من اضعاف زد فمن اجل انّ ما في حط من اضعاف اه مثل ما في طك من اضعاف هب فظاهرٌ من برهان ١ من ٥ انّ ما في الواحد من اضعاف قرينه مثلُ ما في الجميع من اضعاف الجميع فاذًا ما في حط من اضعاف اه مثل ما في حك من اضعاف اب وبمثل هذا يتبيّن انّ ما في لم من اضعاف جز مثل ما في لن من اضعاف جد وقد كنّا

---

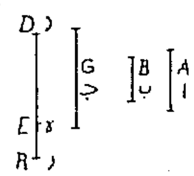
[1]) اذًا supra uersum.

[2]) Supra uersum pro ده, quod male scriptum est.

absurdum est, quoniam ratio [magnitudinis] A ad B maior est quam ratio [magnitudinis] G ad DE.

Dico etiam rationem [magnitudinis] A ad G minorem quam rationem [magnitudinis] B ad DE esse non posse.

Demonstratio. Sit ratio [magnitudinis] A ad G aequalis rationi [magnitudinis] B ad DR. Tum, si permutamus, A est ad B ut G ad DR. Atqui posuimus rationem [magnitudinis] A ad B maiorem esse quam rationem [magnitudinis] G ad DE. Ergo ratio [magnitudinis] G ad DR maior est quam ratio [magnitudinis] G ad DE. Et hoc, ad quod ratio maior est, minus est. Ergo magnitudo DR minor est quam magnitudo DE, maior minor quam minor, quod absurdum est et fieri non potest. Quod erat demonstrandum.



Propositio XVII libri quinti.

Si magnitudines proportionales sunt componendo, etiam proportionales sunt separando[1]).

Exemplificatio. Sint magnitudines AB, BE et GD, DZ proportionales componendo, ita ut AB sit ad BE ut GD ad DZ. Dico igitur etiam separando proportionales esse, ita ut AE sit ad EB ut GZ ad ZD.

Demonstratio. Sumantur magnitudinum AE, EB et GZ, ZD aeque multiplicia, quae sint magnitudines HT, TK et LM, MN; et sit HT [magnitudinis] AE toties multiplex, quoties TK [magnitudinis] EB multiplex est, et sit LM [magnitudinis] GZ toties multiplex, quoties MN [magnitudinis] ZD multiplex est. Tum, quoniam HT [magnitudinis] AE toties multiplex est, quoties TK [magnitudinis] EB multiplex est, perspicuum est ex propositione 1 libri quinti unam earum magnitudinis sibi respondentis toties multiplicem esse, quoties omnes omnium

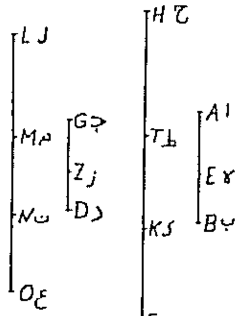
[1]) Cfr. J. L. Heath, The thirteen books of Euclid's Elements uol. 2, p. 168 (1908). Magis ad uerbum: „compositae ... separatae".

فرضنا ان ما في لم من اضعاف جز مثل ما في حط من اضعاف اه فظاهرٌ اذًا انّ ما في لن من اضعاف جد مثل ما في حك من اضعاف اب وقد تبيّن انّ حك ولن اضعاف مُتساوية لمقداري اب جد وناخذ ايضًا لمقداري هب زد اضعافًا متساويةً ولتكن كس ونع ففي طك الاوّل من اضعاف هب الثاني مثل ما[1] في من الثالث من اضعاف زد الرابع وفي كس الخامس من اضعاف دب الثاني مثل ما في نع السادس من اضعاف زد الرابع فظاهرٌ اذًا من بُرهان ٢ من ه انّ ما في الاوّل والخامس من اضعاف الثاني مثل ما في الثالث والسادس من اضعاف الرابع ففي طس اذًا من اضعاف دب مثل ما في مع من اضعاف زد ومن اجل ان نسبة اب الى[2] | به كنسبة جد الى دز وقد أُخذ 67 r.
للاوّل الّذي هو اب وللثالث الذي هو جد اضعاف متساوية وهي حك ولن وقد أُخذ ايضًا للثاني الذي هو هب وللرّابع الذيْ هو زد اضعافٌ متساوية وهي طس ومع فظاهرٌ ممّا قدّمنا انّ حك ولن امّا زايدان معًا علي طس ومع وامّا ناقصان معًا عنهما وامّا مُساويان معًا لهما فاذا اسقطنا طك ومن المشتركين فظاهرٌ انه يبقى حط ولم امّا زايدين معًا علي كس ونع وامّا مساويين معًا لهما وامّا ناقصين معًا عنهما وحط ولم اضعاف متساوية لمقداري اه وجز وكس ونع اضعاف متساوية لمقداري هب وزد فنسبة اه الي هب كنسبة جز الي زد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

---

1) Supra uersum.

2) الى bis praebet codex, in ima p. 66 u. et in summa p. 67 r.



multiplices sint. Ergo HT [magnitudinis] AE toties multiplex est, quoties HK [magnitudinis] AB multiplex est. Eadem de causa adparet LM [magnitudinis] GZ toties multiplicem esse, quoties LN [magnitudinis] GD multiplex sit. Atqui posuimus LM [magnitudinis] GZ toties multiplicem esse, quoties HT [magnitudinis] AE multiplex esset. Ergo perspicuum est LN [magnitudinis] GD toties multiplicem esse, quoties HK [magnitudinis] AB multiplex sit; et demonstratum est HK et LN duarum magnitudinum AB et GD aeque multiplices esse.

Rursus sumamus duarum magnitudinum EB et ZD aeque multiplicia, quae sint KS et NO. Prima igitur TK secundae EB toties multiplex est, quoties tertia MN quartae ZD, et quinta KS secundae EB toties multiplex est quoties sexta NO quartae ZD. Ergo perspicuum est ex propositione 2 libri quinti primam et quintam toties multiplices esse secundae, quoties tertia et sexta multiplices sint quartae. Ergo TS [magnitudinis] EB toties multiplex est quoties MO [magnitudinis] ZD. Quoniam uero AB
est ad BE ut GD ad DZ, et primae AB et tertiae GD sumpta sunt 67 r.
aeque multiplicia HK et LN, atque etiam secundae EB et quartae DZ aeque multiplicia TS et MO, perspicuum est ex iis, quae antecedunt, HK et LN aut in excessu aut minores aut aequales esse [magnitudinibus] TS et MO suo ordine sumptas. Itaque si tollimus communes [magnitudines] TK et MN, adparet HT et LM aut in excessu aut aequales aut minores esse [magnitudinibus] KS et NO. Atqui HT et LM duarum magnitudinum AE et GZ aeque multiplices sunt, et KS et NO duarum magnitudinum EB et ZD. Ergo AE est ad EB ut GZ ad ZD. Quod erat demonstrandum.

الشكل الثامن عشر من المقالة الخامسة

اذا كانت مقادير مفصّلة متناسبة فانّها اذا رُكّبت تكون متناسبةً مثاله انّ مقادير اب بج وده هز مفصّلة متناسبة نسبة اب الي بج كنسبة ده الي هز فاقول انها اذا رُكّبت تكون متناسبةً نسبة اج الي جب كنسبة دز الي هز برهانه انه ان امكن الّا تكون نسبة اج الي جب كنسبة دز الي زه فليس يخلو اذًا من ان تكون نسبة اج الي جب كنسبة دز الي مقدارٍ آخر امّا اعظم من هز وامّا اصغر منه فلننزل اوّلا انها الي مقدارٍ اصغر من هز فليكن مثل زح فنسبة اج الي جب كنسبة دز الي زح فظاهرٌ من برهان ١٧ انا اذا فصّلنا تكون ايضًا[1] متناسبةً نسبة اب الي بج كنسبة دح الي حز وقد كنّا فرضنا ان نسبة اب الي بج كنسبة ده الي هز فظاهرٌ من برهان ١١ انا متي اسقطنا الواسطة بقيت نسبة دح الي حز كنسبة ده الي هز واذا بدّلنا كالذى تبين من برهان ١٦ تكون نسبة دح الاوّل الي ده الثالث كنسبة حز الثاني الي هز الرّابع ومن اجل انّ دح اعظم من ده يجب ان يكون حز ايضًا اعظم من زه[2] فيكون الاصغر اعظم من الاعظم هذا محال فليست[3] اذًا نسبة اج الي جب كنسبة دز الي مقدارٍ هو اصغر من مقدار هز واقول ايضًا ولا الي مقدارٍ هو اعظم من مقدار هز فان امكن فانا نزل ذلك المقدار طز وننظم البرهان كنظمنا فتكون نسبة دط الي طز كنسبة

---

1) Supra uersum.

2) In textu زد.

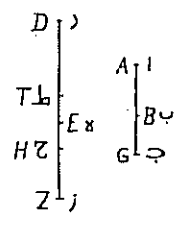
3) Librarius non discernit تكون نسبة.. et يكون نسبة.. ;ليست نسبة et ليس نسبة.. Formam uerbi, quae est feminini generis, nos semper praetulimus.

Propositio XVIII libri quinti.

Si magnitudines proportionales sunt separando, etiam componendo proportionales sunt[1]).

Exemplificatio. Sint magnitudines AB, BG et DE, EZ proportionales separando, ita ut AB sit ad BG ut DE ad EZ. Dico igitur etiam componendo proportionales esse, ita ut AG sit ad GB ut DZ ad ZE.

Demonstratio. Si ratio [magnitudinis] AG ad GB non aequalis est rationi [magnitudinis] DZ ad ZE, oportet rationem [magnitudinis] AG ad GB aequalem esse rationi [magnitudinis] DZ ad aliam magnitudinem aut maiorem aut minorem quam EZ. Primum sit haec minor quam EZ, ut ZH. Tum AG est ad GB ut DZ ad ZH. Itaque perspicuum est ex propositione 17 etiam separando proportionales esse, ita ut AB sit ad BG ut DH ad HZ. Atqui posuimus AB esse ad BG ut DE ad EZ. Ergo perspicuum est ex propositione 11, si tollamus medios terminos, DH esse ad HZ ut DE ad EZ, et, ut demonstratum est in propositione 16, si permutemus, primam DH esse ad tertiam DE ut secunda HZ ad quartam EZ. Quoniam uero DH maior est quam DE, oportet etiam HZ maiorem esse quam ZE[2]), minorem maiorem quam maiorem, quod absurdum est. Ergo ratio [magnitudinis] AG ad GB non aequalis est rationi [magnitudinis] DZ ad magnitudinem minorem magnitudine EZ.



Dico etiam, ne ad maiorem quidem magnitudinem magnitudine EZ. Nam, si fieri potest, sit illa magnitudo TZ, et agamus ut antea in demonstratione. Tum DT est ad TZ ut DE ad EZ; et permutando DT est ad DE ut TZ ad EZ. Atqui prima DT minor, est quam secunda DE. Ergo oportet etiam tertiam TZ minorem

---

[1]) Cfr. T. L. Heath, The thirteen books of Euclid's Elements uol. 2 p. 170 (1908). Magis ad uerbum: „separatae ... compositae".

[2]) Codex praebet ZD.

ده الي هز واذا بدّلنا تكون نسبة دط الي ده كنسبة طز الي هز ودط الاوّل اصغر من ده الثاني فيجب اذًا ان يكون طز الثالث ايضًا اصغر[1] من هز الرابع فيكون الاعظم اصغر من الاصغر هذا محال فليست اذًا نسبة اج الي جب كنسبة دز الي اعظم من هز ولا الي اصغر منه فلم يبق الّا ان تكون كنسبة دز الي زه وذلك ما اردنا ان نبين ∴

شكل مضاف[2] الي الشكل الثامن عشر من المقالة الخامسة اذا كانت مقادير مركّبة وكانت نسبة الاوّل الي الثاني اعظم من نسبة الثالث الي الرابع فانّها اذا فُصّلت تكون نسبة الاوّل الي الثاني اعظم من نسبة الثالث الي الرابع مثاله ان نسبة اب الاوّل الي بج الثاني اعظم من نسبة ده الثالث الي هز الرابع فاقول انّها اذا فُصّلت تكون نسبة اج الاوّل الي جب الثاني اعظم من نسبة دز الثالث الي زه الرابع برهانه انّه ان لم يكن كذلك فليس يخلو من ان تكون كنسبة دز الي زه او اصغر منها فلننزل اوّلا انها مثلها فاذا ركّبنا تكون نسبة اب الي بج كنسبة ده الي هز وهذا محال لانّا فرضناها اعظم منها وايضًا فاقول انه لا يمكن ان تكون نسبة اج الي جب اصغر من نسبة دز الي زه فان امكن فلتكن ونجعل نسبة اج الي جب كنسبة دح الي حه فاذا ركّبنا تصير نسبة اب الي بج كنسبة ده الي هح وقد كانت نسبة اب الي بج اعظم من نسبة ده الي هز فيكون الذي نسبته اليه اعظم هو اصغر فمقدار حه اصغر من مقدار زه هذا محال فليست اذًا نسبة اج الي جب باصغر من نسبة دز الي زه وقد كان تبين ايضًا ان نسبة اج الي جب ليست مثل[3] نسبة دز الي زه فهي اذًا اعظم منها وذلك ما اردنا ان نبين ∴

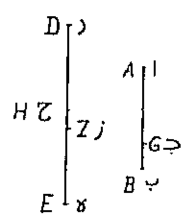
esse quam quartam EZ. Itaque maior minor est quam minor, quod absurdum est. Ergo ratio [magnitudinis] AG ad GB non aequalis est rationi [magnitudinis] DZ ad magnitudinem maiorem quam EZ aut minorem ea. Ergo oportet aequalem esse rationi [magnitudinis] DZ ad ZE. Quod erat demonstrandum.

Propositio addita propositioni XVIII libri quinti[4]).

Si e magnitudinibus compositis ratio primae ad secundam maior est quam ratio tertiae ad quartam, separando ratio primae ad secundam maior est quam ratio tertiae ad quartam.

Exemplificatio. Sit ratio primae AB ad secundam BG maior quam ratio tertiae DE ad quartam EZ. Dico igitur, separando rationem primae AG ad secundam GB maiorem esse quam rationem tertiae DZ ad quartam ZE.

Demonstratio. Si ita non est, oportet aequalem esse rationi [magnitudinis] DZ ad ZE aut minorem ea. Primum sit aequalis ei. Tum componendo AB est ad BG ut DE ad EZ; quod absurdum est, quoniam posuimus maiorem esse ea. Dico etiam rationem [magnitudinis] AG ad GB non posse minorem esse quam rationem [magnitudinis] DZ ad ZE. Nam si fieri potest, sit ita, et sit AG ad GB ut DH ad HE. Tum componendo AB est ad BG ut DE ad EH. Atqui ratio [magnitudinis] AB ad BG maior est quam ratio [magnitudinis] DE ad EZ; et illud, ad quod ratio maior est, minus est. Itaque magnitudo HE minor est quam magnitudo ZE; quod absurdum est. Ergo ratio [magnitudinis] AG ad GB non minor est quam ratio [magnitudinis] DZ ad ZE. Et demonstratum etiam est rationem [magnitudinis] AG ad GB non aequalem esse rationi [magnitudinis] DZ ad ZE. Ergo maior est ea. Quod erat demonstrandum.



[1]) اصغر in margine. [2]) Cfr. adnot. 4. [3]) بتل ?

[4]) Uid. p. 65, adnot. 1. Hanc propositionem omittit Gh. Cr. p. 172.

شكل ثان مضاف[1] الي الشكل الثامن عشر اذا كانت مقادير مفصّلة وكانت نسبة الاوّل الي الثاني اعظم من نسبة الثالث الي الرابع فانّها اذا رُكّبت تكون نسبة الاوّل والثاني مجموعين الي الثاني اعظم من نسبة الثالث والرابع مجموعين الي الرابع مثاله ان نسبة اج الي جب اعظم من نسبة دز الي زه فاقول انا اذا ركّبنا تكون نسبة اب الي بج اعظم من نسبة ده الي هز برهانه انه لا يمكن غيره فان امكن فلتكن نسبة اب الي بج كنسبة ده الي هز او اصغر منها فلننزل اوّلاً انها مثلها فاذا فصّلنا تكون نسبة اج الي جب كنسبة دز الي زه وهو محال لانّها فرضناها اعظم منها واقول ايضًا انه غير ممكن ان تكون نسبة اب الي بج اصغر من نسبة ده الي هز فان امكن فلتكن كنسبة ده الي هح فاذا فصّلنا تكون نسبة اج الي جب كنسبة دح الي حه وكنّا فرضنا نسبة اج الي جب اعظم من نسبة دز الي زه فنسبة دح الي حه اعظم من نسبة دز الي زه فاذا بدّلنا تكون نسبة دح الي دز اعظم من نسبة حه الي زه وهو محال لان دح اصغر من دز وحه اعظم[2] من زه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ 67 II.

الشكل التاسع عشر من المقالة الخامسة

كلّ مقدارين يفصل منهما مقداران فتكون نسبة المفصول الي المفصول كنسبة الكلّ الي الكلّ فان نسبة الباقي الي الباقي كنسبة الكلّ الي الكلّ مثاله انّ اب وجد قد فصل منهما اه وجز فصارت نسبة اه الي جز كنسبة اب

[1]) Cfr. p. 65, adnot. 1.

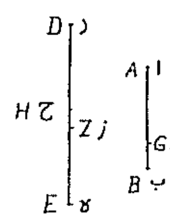
[2]) اعظم in margine.

Secunda propositio addita propositioni XVIII. 67 a.

Si e magnitudinibus separatis ratio primae ad secundam maior est quam ratio tertiae ad quartam, tum, si componuntur, ratio primae et secundae coniunctarum ad secundam maior est quam ratio tertiae et quartae coniunctarum ad quartam.

Exemplificatio. Sit ratio [magnitudinis] AG ad GB maior quam ratio [magnitudinis] DZ ad ZE. Dico igitur, si componamus, rationem [magnitudinis] AB ad BG maiorem esse quam rationem [magnitudinis] DE ad EZ.

Demonstratio. Aliter esse non potest. Nam, si fieri potest, sit ratio [magnitudinis] AB ad BG aequalis rationi [magnitudinis] DE ad EZ aut minor ea. Primum sit aequalis ei. Tum, si separamus, ratio [magnitudinis] AG ad GB aequalis est rationi [magnitudinis] DZ ad ZE; quod absurdum est, quoniam posuimus maiorem esse ea. Dico etiam rationem [magnitudinis] AB ad BG non posse minorem esse quam rationem [magnitudinis] DE ad EZ. Nam, si fieri potest, sit aequalis rationi [magnitudinis] DE ad EH. Tum, si separamus, ratio [magnitudinis] AG ad GB aequalis est rationi [magnitudinis] DH ad HE. Atqui posuimus rationem [magnitudinis] AG ad GB maiorem esse quam rationem [magnitudinis] DZ ad ZE. Ergo ratio [magnitudinis] DH ad HE maior est quam ratio [magnitudinis] DZ ad ZE. Tum, si permutamus, ratio [magnitudinis] DH ad DZ maior est quam ratio [magnitudinis] HE ad ZE; quod absurdum est, quoniam DH minor est quam DZ, et HE maior quam ZE. Quod erat demonstrandum.



Propositio XIX libri quinti.

Si a duabus magnitudinibus duae magnitudines subtrahuntur, et ratio partis subtractae ad partem subtractam aequalis est rationi totius ad totum, ratio residui ad residuum aequalis est rationi totius ad totum.

Exemplificatio. Subtrahantur AE et GZ ab AB et GD, ita

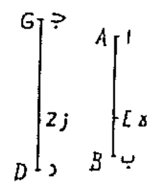
الي جد فاقول ان نسبة دب الباقي الي زد الباقي كنسبة اب الي جد برهانه من اجل انّ نسبة اه الي جز كنسبة اب الي جد فانا متي بدّلنا كالذي تبين من برهان ١٦ تكون نسبة اه الي اب كنسبة جز الي جد واذا عكسنا تكون نسبة با الي اه كنسبة دج الي جز واذا فصّلنا كالذي تبين من برهان ١٧ تكون نسبة به الي ما كنسبة دز الي زج واذا بدّلنا ايضًا تكون نسبة به الي دز كنسبة اه الي جز وقد[1] كانت نسبة اه الي جز كنسبة اب الي جد فان[2] اسقطنا الواسطة كالذي تبين من برهان ١١ تبقى نسبة به الباقى الي دز الباقى كنسبة اب الكلّ الي جد الكلّ وذلك ما اردنا ان نبين

الشكل العشرون من المقالة الخامسة

اذا كانت مقاديرُ ما ومقاديرُ أُخر علي عدّتها كلّ اثنين من الاوّل على نسبه[3] اثنين من الأُخر وكانت النسبة مُنتظمةً فانّ المقدار الاوّل من المقادير الأوّل في نسبة المساواة ان كان اعظم من الاخير منها فانّ المقدار الاوّل من المقادير الأُخر اعظم من المقدار الاخير منها وان كان مساويًا لهُ فهو مُساوٍ لهُ وان كان ناقصًا عنه فهو ناقص عنه مثالهُ انّ ا ب ج هي المقادير الأوّل ود ه ز هي المقادير الأخر وكلّ مقدارين من ا ب ج على نسبة مقدارين من د ه ز والنسبة مُنتظمة اعني انّ نسبة ا الي ب كنسبة د الي ه ونسبة ب الي ج كنسبة ه الي ز فاقول انّ ا في نسبة المساواة ان كان اعظم من ج فانّ د اعظم من ز وان كان مساويًا لهُ فهو مُساوٍ له وان كان اصغر منه فهو اصغر منه برهانه انا نزل اولاً انّ ا اعظم من ج ونبيّن انّ د اعظم

ut AE sit ad GZ ut AB ad GD. Dico igitur residuum EB esse ad residuum ZD ut AB ad GD.

Demonstratio. Quoniam AE est ad GZ ut AB ad GD, ea de causa, ut demonstratum est in propositione 16, si permutamus, AE est ad AB ut GZ ad GD. Tum, si conuertimus, BA est ad AE ut GZ ad GD, et si separamus, ut demonstratum est in propositione 17, BE est ad EA ut DZ ad ZG, et si denuo permutamus, BE est ad DZ ut AE ad GZ. Atqui AE est ad GZ ut AB ad GD. Ergo, si tollimus medios terminos, ut demonstratum est in propositione 11, residuum BE est ad residuum DZ ut totum AB ad totum GD. Quod erat demonstrandum.



Propositio XX libri quinti.

Si sunt quotlibet magnitudines et alterae magnitudines numero iis aequales, quae binae cum binis sumptae in proportione ordinata sunt[4]), tum, si ex aequali prima magnitudo priorum maior est quam ultima, etiam prior magnitudo posteriorum maior est quam ultima; si aequalis, aequalis; si minor, minor.

Exemplificatio. Sint A, B, G priores magnitudines, et D, E, Z posteriores, et sint A, B, G et D, E, Z binae cum binis sumptae in eadem ratione, ita ut proportio ordinata sit, i. e. sit A ad B ut D ad E et B ad G ut E ad Z. Dico igitur, si ex aequali A maior sit quam G, D maiorem esse quam Z; si aequalis, aequalem esse; si minor, minorem.

Demonstratio. Primum sit A maior quam G, et demonstre-

---

[1]) قد supra uersum.

[2]) فان coni., in textu فانا.

[3]) نسبة non praebet codex. Cfr. adnot. 4.

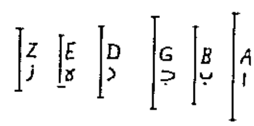
[4]) Legendum esse uidetur علي نسبة اثنين من الآخر, sed codex noster omittit per errorem نسبة ante alterum اثنين. Tum uertendum erat: „quae binae cum binis sumptae in eadem ratione sunt, ita ut proportio ordinata sit.“ Uid. exemplificatio et enuntiatio propositionis 21. Sic explicaretur etiam spatium uacuum relictum in codice post علي.

من ز فمن اجل برهان ٨ وهو اذا كانت مقادير مختلفة فنسبت الي مقدار آخر فانّ الاعظم اعظم نسبةً اليه من الاصغر فمقدارا ا ج مختلفان ا اعظم من ج وب مقدار آخر فنسبة ا الي ب اعظم من نسبة ج الي ب لكن نسبة ا الي ب كنسبة د الي ه ونسبة ج الي ب كنسبة ز الي ه فنسبة د الي ه اذًا اعظم من نسبة ز الي ه واذا كانت مقادير نسبتها الي مقدار آخر مختلفة فانّ الذي نسبته اليه | اعظم فهو اعظمها كما تبيّن من برهان ١٠ فمقدار د اعظم من 68 r.
مقدار ز وبمثل هذا البرهان يتبيّن انّ ا ان كان مساويا لمقدار ج فانّ د مساوٍ لمقدار ز باستشهاد شكلي ٧ و ٩ وبمثل هذا البرهان يتبيّن انّ ا ان كان اصغر من ج فانّ د اصغر من ز باستشهاد شكلي ٨ و ١٠ من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الحادي والعشرون من المقالة الخامسة

اذا كانت مقادير ما ومقادير أخر علي عدّتها كلّ اثنين من الأوّل علي نسبة اثنين من الأخر واضطربت النسبة فانّ الاوّل من المقادير الأوّل في نسبة المساواة ان كان اعظم من الاخير فانّ الاوّل من الأخر[1] اعظم من الاخير وان كان مساويا لهُ فهو مساوٍ لهُ وان كان اصغر منه فهو اصغر منه مثالهُ ان ا ب ج هي المقادير الأوّل ود ه ز هي المقادير الأخر والنسبة مضطربة اعني ان نسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز ونسبة ب الي ج كنسبة د الي ه فاقول ان كان ا اعظم من ج فانّ د اعظم من ز وان كان مساويا لهُ فهو مساوٍ لهُ

mus D maiorem esse quam Z. Quoniam secundum propositionem 8, si magnitudines inaequales ad aliam magnitudinem rationem habent, maior maiorem rationem ad eam habet quam minor, et duae magnitudines A et G inaequales sunt, cum A maior est quam G,



et B alia magnitudo est, ea de causa A maiorem rationem habet ad B quam G. Atqui A est ad B ut D ad E, et G est ad B ut Z ad E. Ergo ratio [magnitudinis] D ad E maior est quam ratio [magnitudinis] Z ad E. Et si ratio magnitudinum ad aliam magnitudinem inaequalis est, ea, quae maximam rationem ad eam habet, maxima est, ut demonstratum est in propositione 10. 68 r.
Ergo magnitudo D maior est quam magnitudo Z. Eodem modo demonstrare possumus, si A aequalis sit magnitudini G, D aequalem esse magnitudini Z, per easdem propositiones 7 et 9, atque etiam, si A minor sit quam G, D minorem esse quam Z, per duas propositiones 8 et 10 huius libri. Quod erat demonstrandum.

Propositio XXI libri quinti.

Si sunt quotlibet magnitudines et alterae magnitudines numero iis aequales, quae binae cum binis sumptae in eadem ratione sunt, ita ut proportio perturbata sit, tum, si ex aequali prima magnitudo priorum maior est quam ultima, etiam prima magnitudo posteriorum maior est quam ultima; si aequalis, aequalis; si minor, minor.

Exemplificatio. Sint A, B, G priores magnitudines, D, E, Z posteriores, et sit proportio perturbata, i. e. sit A ad B ut E ad Z, et B ad G ut D ad E. Dico igitur, si A maior sit quam G, D maiorem esse quam Z; si aequalis, aequalem esse; si minor, minorem.

---

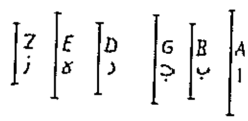
[1]) Codex praebet الآخر.

وان كان اصغر منهُ فهو اصغر منهُ برهانه انا نزل اولا ان ا اعظم من ج وب مقدارٌ آخر فظاهرٌ من بُرهان ٨ انّ نسبَة ا الي ب اعظم من نسبَة ج الي ب لكن نسبَة ا الي ب كنسبَة ه الي ز ونسبَة ج الي ب كنسبة ه الي د فمقدار ه اذًا اعظم نسبَةً الي ز منه الي د والذي اليه النسبَةُ اعظم فهو اصغر كما تبيّن من بُرهان ١٠ فمقدار ز اذًا اصغر من مقدار د فمقدار د اذًا اعظم من مقدار ز فكذلك تبيّن انّ ا ان كان اصغر من ج فانّ د اصغر من ز باستشهاد هذين الشكلين وان كان مساويًا لَهُ فهو مساوٍ لَهُ باستشهاد شكلي ٧ و ٩ من هذه المقالة وذلك ما اردنا ان نبيّن : الشكل العشرون والحادى والعشرون قدّمهما الرياضي ليبيّن له حال الاضعاف الماخوذة في الشكل الثالث والعشرين والرابع والعشرين ليتبيّن نسبَة الاطراف بعضها الي بعض وسمّاها نسبَة الاطراف من اجل ان المقادير التي ترفعها من[1] بين الاطراف هي متساوية العدّة ∴

الشكل الثاني والعشرون من المقالة الخامسة

اذا كانت مقاديرُ ما ومقاديرُ أُخَر علي عدّتها كلّ مقدارين من الأوّل علي نسبَة مقدارين من الأُخَر والنسبَة مُنتظمَة فانها في نسبَة المساواة تكون[2] متناسبَة مثالهُ انّ ا ب ج مقادير أُوَل ود ه ز مقاديرُ أُخر وكلّ مقدارين من ا ب ج علي نسبَة مقدارين من د ه ز والنسبة مُنتظمة اعنى انّ نسبة[3] ا الي ب كنسبَة د الي ه ونسبَة ب الي ج كنسبَة ه الي ز فاقول ان نسبَة ا الي ج

Demonstratio. Primum sit A maior quam G, et sit B alia magnitudo. Tum perspicuum est ex propositione 8 rationem [magnitudinis] A ad B maiorem esse quam rationem [magnitudinis] G ad B. Atqui A est ad B ut E ad Z, et G est ad B ut E ad D. Ergo magnitudo E maiorem rationem habet ad Z quam ad D.



Atqui id, ad quod ratio maior est, minus est, ut demonstratum est in propositione 10. Ergo magnitudo Z minor est quam magnitudo D. Ergo magnitudo D maior est quam magnitudo Z. Et eodem modo demonstrare possumus, si A minor sit quam G, D minorem esse quam Z, per has duas propositiones [i. e. 8 et 10], et si aequalis, aequalem, per propositiones 7 et 9 huius libri. Quod erat demonstrandum.

Commentator dixit[4]): Geometres primum ponit propositiones 21 et 20, ut demonstret statum multipliciuum, quae in propositionibus 23 et 24 sumpta sunt, ut ratio extremorum inter se comprobaretur. Adpellat rationem extremorum, quia numerus magnitudinum, quae e medio eorum sublatae sunt, aequalis est.

Propositio XXII libri quinti.

Si sunt quotlibet magnitudines et alterae magnitudines numero iis aequales, quae binae cum binis sumptae in eadem ratione sunt, ita ut proportio ordinata sit, tum etiam proportionales sunt ex aequali.

Exemplificatio. Sint A, B, G priores magnitudines, et D, E, Z posteriores, et sint A, B, G et D, E, Z binae cum binis sumptae in eadem ratione, ita ut proportio ordinata sit, i. e. sit A ad B ut D ad E, et sit B ad G ut E ad Z. Dico igitur A esse ad G ut D ad Z.

---

[1]) مِن supra uersum.

[2]) Codex praebet يكون.

[3]) نسبة omittit codex.

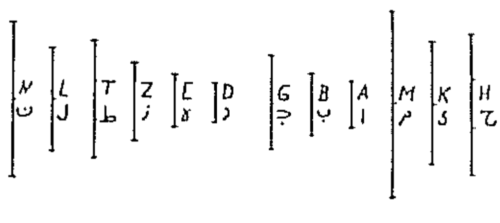
[4]) Omittit codex. Deest apud Gh. Cr. p. 182.

كنسبة د الي ز برهانه انا ناخذ لمقداري ا د اضعافا متساوية اىّ الاضعاف كانت ولتكن ح ط وناخذ لمقداري ب ه اضعافا متساوية اىّ الاضعاف كانت ولتكن ك ل وناخذ لمقداري ج ز اضعافا متساوية اىّ الاضعاف كانت ولتكن م ن فمن اجل ان نسبة ا الي ب كنسبة د الي ه وح ط اضعاف متساوية لمقداري ا د وك ل اضعاف متساوية لمقداري ب ه فظاهرٌ من برهان ٤ انّ نسبة ح الي ك كنسبة ط الي ل وايضًا فمن اجل ان نسبة ب الي ج كنسبة ه الي ز وك ل اضعاف متساوية لمقداري ب ه وم ن اضعاف متساوية لمقداري ج ز فظاهرٌ ايضًا من برهان ٤ ان نسبة ك الي م كنسبة ل الي ن وقد تبين ان نسبة ح الي ك كنسبة ط الي ل فقادير ح ك م الأول علي نسبة مقادير ط ل ن كلّ مقدارين علي نسبة مقدارين والنسبة منتظمة فظاهرٌ من برهان ٢٠ انّ ح ط امّا زايدان معًا علي م ن وامّا مساويان معًا لهما وامّا ناقصان معًا عنهما وح ط اضعاف متساوية لمقداري ا د وم ن اضعاف متساوية لمقداري ج ز فظاهر من برهان ١٥ ان نسبة ا الي ج كنسبة د الي ز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثالث والعشرون من المقالة الخامسة 68 u.

اذا كانت مقادير مّا ومقادير أخر علي عدّتها كلّ اثنين من الأوّل علي نسبة اثنين من الأخر واضطربت النسبة فانها في نسبة المساواة تكون متناسبة

Demonstratio. Sumantur magnitudinum A et D quaelibet aeque multiplicia, quae sint H et T, et [magnitudinum] B et E quaelibet aeque multiplicia, quae sint K et L, et [magnitudinum] G et Z quaelibet aeque multiplicia, quae sint M et N. Tum, quoniam



A est ad B ut D ad E, et H et T magnitudinum A et D aeque multiplices sunt, et K et L magnitudinum B et E aeque multiplices sunt, ea de causa perspicuum est ex propositione 4 H esse ad K ut T ad L.

Rursus, quoniam B est ad G ut E ad Z, et K et L magnitudinum B et E aeque multiplices sunt, et M et N magnitudinum G et Z aeque multiplices sunt, ea de causa perspicuum est ex propositione 4 K esse ad M ut L ad N. Atqui demonstratum est H esse ad K ut T ad L. Ergo priores magnitudines H, K, M eandem rationem habent quam magnitudines T, L, N, binae cum binis sumptae, et proportio ordinata est. Ergo perspicuum est ex propositione 20 H et T aut in excessu aut aequales aut minores esse quam M et N, suo ordine sumptas. Atqui H et T magnitudinum A et D aeque multiplices sunt, et M et N magnitudinum G et Z aeque multiplices sunt. Ergo perspicuum est ex propositione 15 A esse ad G ut D ad Z. Quod erat demonstrandum.

Propositio XXIII libri quinti. 68 u.

Si sunt quotlibet[1]) magnitudines et alterae magnitudines numero iis aequales, quae binae cum binis sumptae in eadem ratione sunt, ita ut proportio perturbata sit, tum proportionales sunt ex aequali.

[1]) Mirum est, quod hoc loco Euclides ed. Heiberg „tres" praebet, cum in propositione praecedenti XXII hic quoque „quotlibet" praebeat. G. J.

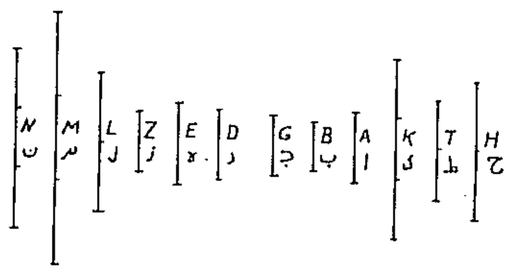
مثاله ان مقادير ا ب ج اول ومقادير د ه ز اخر وكلّ مقدارين من ا ب ج علي نسبة مقدارين من د ه ز والنسبة مضطربة اعني ان نسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز ونسبة ب الي ج كنسبة د الي ه فاقول انّ في نسبة المساواة تكون نسبة ا الي ج كنسبة د الي ز برهانه انا ناخذ لمقادير ا ب د اضعافا متساوية وهي ح ط ل وناخذ لمقادير ه ز ج اضعافا متساوية وهي م ن ك فمن اجل انّ ما في ح من اضعاف ا مساوٍ لما في ط من اضعاف ب والمقادير التي اضعافها متساوية فان نسبة المقادير بعضها الي بعض كنسبة اضعافها بعضها الي بعض كالذي تبيّن من برهان ١٥ فنسبة ا الي ب كنسبة ح الي ط وكنّا فرضنا نسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز فاذا اسقطنا الواسطة كالذي تبيّن من برهان ١١ فان نسبة ه الي ز كنسبة ح الي ط وايضًا فمن اجل انّ ما في م من اضعاف ه مساوٍ لما في ن من اضعاف ز فظاهرٌ ايضًا من برهان ١٥ انّ نسبة ه الي ز كنسبة م الي ن وكنّا بيّنا ان نسبة ه الي ز كنسبة ح الي ط فاذا اسقطنا الواسطة كالذي تبيّن من برهان ١١ تكون نسبة ح الي ط كنسبة م الي ن وايضًا فمن اجل ان نسبة ب الي ج كنسبة د الي ه وقد أُخذ لمقداري ب د اضعاف متساوية وهي ط ل ولمقداري ج ه اضعاف متساوية وهي ك م فظاهرٌ من برهان ١٥ مع برهان ١١ [1] انّ نسبة ط الي ك كنسبة ل الي م وقد بيّنا ان نسبة ح الي ط كنسبة م الي ن فمقادير ح ط ك اول ومقادير ل م ن اخر وكلّ اثنين من مقادير ح ط ك علي نسبة كلّ اثنين من مقادير ل م ن والنسبة مضطربة اعنى ان نسبة ح الي ط كنسبة م الي ن ونسبة ط

---

1) Codex praebet برهان ١١ مع ١١, ١١ supra uersum.

Exemplificatio. Sint A, B, G priores magnitudines, et D, E, Z posteriores, et sint A, B, G et D, E, Z binae cum binis sumptae in eadem ratione, ita ut proportio perturbata sit, i. e. sit A ad B ut E ad Z, et sit B ad G ut D ad E. Dico igitur ex aequali esse A ad G ut D ad Z.

Demonstratio. Sumantur magnitudinum A, B, D aeque multiplicia, quae sint H, T, L, et magnitudinum E, Z, G aeque multiplicia, quae sint M, N, K. Tum, quoniam H [magnitudinis] A toties multiplex est, quoties T [magnitudinis] B multiplex est, et magnitudines, quarum multiplicia aequalia sunt, ut demonstratum est in propositione 15, eandem rationem inter se habent, quam multiplicia earum inter se, ea de causa A est ad B ut H ad T. Atqui posuimus A esse ad B ut E ad Z. Ergo si medios terminos tollimus, ut demonstratum est in propositione 11, E est ad Z ut H ad T.



Rursus, quoniam M [magnitudinis] E toties multiplex est, quoties N [magnitudinis] Z multiplex est, ea de causa perspicuum est ex propositione 15 E esse ad Z ut M ad N. Atqui demonstrauimus E esse ad Z ut H ad T. Ergo, si tollimus medios terminos, ut demonstratum est in propositione 11, H est ad T ut M ad N[1]).

Rursus, quoniam B est ad G ut D ad E, et magnitudinum B et D aeque multiplicia sumpta sunt, quae sunt T et L, atque etiam magnitudinum G et E aeque multiplicia sumpta sunt, quae sunt K et M, ea de causa perspicuum est ex propositionibus 15 et 11 T esse ad K ut L ad M[1]). Atqui demonstrauimus H esse

[1]) Demonstrationem breuiorem profert Arabs quam Euclides ed. Heiberg, ac talem, qualem praetulit Simson; uid. Heath II 182. G. J.

الي ك كنسبة ل الي م فظاهرٌ اذًا من برهان ٢١ انّ ح ل امّا زايدان معًا على ك ن وامّا مساويان معًا لهما وامّا ناقصان معًا عنهما لكن ح ل اضعاف متساوية لمقداري ا د وك ن اضعاف متساوية لمقداري ج ز فظاهرٌ من برهان ان نسبة ا الي ج كنسبة د الي ز وذلك ما اردنا ان نبين ∴

مضاف الي الشكل الثالث والعشرين

هذان الشكلان اعني الثاني والعشرين والثالث والعشرين يعمّان كلّ المقادير التي علي نسبة مقادير أخر كم كانت والرياضي انّما بيّن علي اقلّ المقادير اعدادًا التي فيها اقل النسب فمن أجل انّ اقلّ ما يكون النسبة في ثلثة مقادير ابان عن ثلثة مقادير ثلثة مقادير لان سبيل الاصول ان يحضر[1] البرهان من اقلّ المقدّمات في العدد وعلي اقلّ الاوضاع في العدد ايضًا اذا كان البرهان يعمّ ذلك الجنس باسره وامّا الشكلان الاوّلان اعني العشرين والحادي والعشرين فليس يمكن ان يبيّن[2] في اكثر من ثلثة مقادير ولو امكن لم يكن ينتفع به اذ كانا مقدّمتين لهذين الشكلين وهذان الشكلان اعني الثاني والعشرين والثالث والعشرين يعمّان كلّ المقادير فنفرض اربعة مقادير أول وهي[3] ا ب ج د واربعة مقادير ثواني وهي[3] ه ز ح ط وكلّ اثنين من الأوَل علي نسبة اثنين من الثواني نسبةٌ متسقةٌ اعني ان نسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز ونسبة ب

---

[1]) Fortasse legendum est نحضر.

[2]) Fortasse legendum est يتبين.

[3]) Coni. Textus praebet عليها. Cfr. p. 88, adn. 3.

ad T ut M ad N. Ergo priores magnitudines H, T, K et posteriores L, M, N, binae cum binis sumptae, in eadem ratione sunt, et proportio est perturbata, i. e. H est ad T ut M ad N, et T est ad K ut L ad M. Ergo perspicuum est ex propositione 21 H et L aut in excessu aut aequales aut minores esse quam K et N, suo ordine sumptas. Atqui H et L magnitudinum A et D aeque multiplices sunt, et K et N magnitudinum G et Z aeque multiplices sunt. Ergo perspicuum est ex propositione 15 A esse ad G ut D ad Z. Quod erat demonstrandum.

Propositio[1]) addita propositioni XXIII.

Hae duae propositiones, 22 et 23, adhiberi possunt communiter ad omnes magnitudines, quaecunque eandem rationem habent quam quotlibet aliae magnitudines, quamquam geometres tantum de minimo numero magnitudinum, quae proportionales esse possunt, demonstrationem dedit[2]); et quoniam proportio in tribus magnitudinibus minima est, quae fieri possit[3]), demonstrationem dedit de magnitudinibus ternis sumptis. Nam methodus Elementorum haec est, ut demonstratio exponatur per enuntiationem et ita, ut minimus numerus (uelut magnitudinum), qui adhiberi possit, ponatur, quoniam communiter ad genus demonstratio adhibetur.

Duae propositiones priores, 20 et 21, probari non possunt, si plures sunt quam tres magnitudines[4]); etiamsi uero fieri posset,

---

[1]) Omittit codex. Ceterum sequitur ad extremum propositio. Ut omissum sit uoc. „propositio", factum est fortasse propter ea, quae ad propositiones 20—23 communiter adnotauit commentator.

[2]) Ad uerbum: „de minimo numero magnitudinum, in quo minima proportio sit."

[3]) Ad uerbum: „et quoniam minimum eorum, quae sunt, proportio est in tribus magnitudinibus."

[4]) Hoc non recte se habet. Ualent propositiones, etiamsi magnitudines sunt quattuor uel plures, ut etiam propositiones XXII et XXIII. Errauit etiam Gh. Cr. — G. J.

الي ج كنسبة ز الي ح ونسبة ج الي د كنسبة ح الي ط فاقول ان نسبة ا الي د كنسبة ه الي ط برهانه ان نسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز ونسبة ب الي ج كنسبة ز الي ح ففي نسبة المساواة تكون نسبة ا الي ج كنسبة ه الي ح كالذي تبين من برهان ٢٢ وايضا فمن اجل[1] نسبة ا الي ج كنسبة ه الي ح ونسبة ج الي د كنسبة ح | الي ط ففي نسبة المساواة تكون نسبة ا الي د 69 r.
كنسبة ه الي ط وكذلك يتبين الحال في اكثر من اربعة مقادير كم فرضت من العدد وذلك ما اردنا ان نبين ∴

شكل ثان مضاف الي الثالث والعشرين في النسبة المضطربة

اذا كانت نسبة ا الي ب كنسبة ح الي ط[2] ونسبة ب الي ج كنسبة ز الي ح ونسبة ج الي د كنسبة ه الي ز فاقول ان نسبة ا الي د كنسبة ه الي ط برهانه ان نسبة ا الي ب كنسبة ح الي ط ونسبة ب الي ج كنسبة ز الي ح فظاهر من برهان ٢٣ انها في نسبة المساواة تكون متناسبة نسبه ا الي ج كنسبة ز الي ط فمن اجل ان نسبة ا الي ج كنسبة ز الي ط ونسبة ج الي د فرضت

---

[1]) اجل in margine.

[2]) Post ط haec leguntur in codice: ونسبة ب الى ج كنسبة ح الي ط, quae duplex est dittographia; iterantur enim uerborum sequentium prior pars et uerborum praecedentium posterior.

[3]) Codex praebet فنفرض اربعة مقادير أوَل عليها ا ب ج د واربعة مقادير ثواني عليها ه ز ح ط, quod legisse etiam uidetur Gh. Cr. p. 173, u. 18—21, qui addidit quaedam, ut quae leguntur u. 18—19. At si utroque loco per emendationem scribimus وهي pro عليها, restituitur usitata forma loquendi.

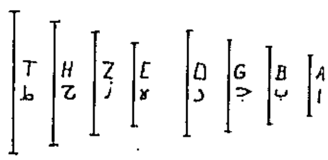
[4]) Rectius: „in proportione ordinata"; cfr. p. 26, 1 (27, 5) et p. 80 (81) prop. XXII. Uocabulum „respondens" non de propositionibus, sed

non multum proficeretur. Nam sumptiones sunt harum duarum propositionum; et hae duae propositiones, 22 et 23, adhiberi possunt communiter ad omnes magnitudines.

Sint A, B, G, D priores magnitudines quattuor, et E, Z, H, T posteriores[3]), quae binae cum binis sumptae in eadem ratione sunt in proportione respondenti[4]), i. e. A est ad B ut E ad Z, et B est ad G ut Z ad H, et G est ad D ut H ad T. Dico igitur A esse ad D ut E ad T.

Demonstratio. Si A est ad B ut E ad Z, et B est ad G ut Z ad H, tum ex aequali A est ad G ut E ad H, ut demonstratum est in propositione 22.

Rursus, quoniam A est ad G ut E ad H, et G est ad D ut H ad T, ea de causa ex aequali A est ad D ut E ad T. Et similis est demonstratio, si plures sunt quam quattuor magnitudines, quotquot ponuntur. Quod erat demonstrandum.

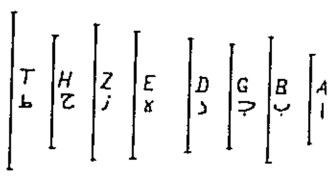


69 r.

Altera propositio addita propositioni 23 secundum proportionem perturbatam[5]).

Si A est ad B ut H ad T, et B est ad G ut Z ad H[6]), et G est ad D ut E ad Z, tum dico A esse ad D ut E ad T.

Demonstratio. Si A est ad B ut H ad T, et B est ad G ut Z ad H, perspicuum est ex propositione 23 proportionales esse ex aequali, ita ut A sit ad G ut Z ad T. Quoniam uero A est ad G ut Z ad T, et posuimus G esse ad D ut E ad Z, ea de causa ex aequali, ut



de magnitudinibus comparatis adhibetur; cfr. p. 20, 15 (21, 20). — Gh. Cr. (p. 174, 1) dicit: „sint . . . continue in proportione", at ne hoc quidem recte se habet.

[5]) Falso praebet Gh. Cr. p. 174, 16: „secundum proportionem ordinatam."

[6]) Ante haec ultima uerba textui Arabico insertum est „et B est ad G ut H ad T", quod sine dubio falsum est.

كنسبة ه الي ز ففي نسبة المساواة كالذي تبين من برهان ٢٣ تكون نسبة[1] ا الي د كنسبة ه الي ط وكذلك يتبين[2] في سائر المقادير التي هي اكثر عدة من ا ب ج د وه ز ح ط اىّ عدة كانت وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل الرابع والعشرون من المقالة الخامسة

اذا كانت نسبة الاوّل الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ونسبة الخامس الي الثاني كنسبة السادس الي الرابع فان نسبة الاوّل والخامس مجموعين الي الثاني كنسبة الثالث والسادس مجموعين الي الرّابع مثاله ان نسبة اب الاوّل الي ج الثاني كنسبة ده الثالث الي ز الرابع ونسبة بح الخامس الي ج الثاني كنسبة هط السادس الي ز الرابع فاقول ان نسبة اب وبح مجموعين الي ج كنسبة ده وهط مجموعين الي ز برهانه ان نسبة اب الي ج كنسبة ده الي ز لكن نسبة ج الي بح كنسبة ز الي هط فظاهر من برهان ٢٢ ان نسبة اب الي بح كنسبة ده الي هط واذا ركّبنا كالذي بينا ببرهان ١٨ تكون نسبة اح الي حب كنسبة دط الي طه وكنّا فرضنا نسبة بح الي ج كنسبة هط الي ز فظاهر من برهان ٢٢ اعنى نسبة المساواة انّ نسبة اح الي ج كنسبة دط الي ز وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل الخامس والعشرون من المقالة الخامسة

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة وكان الاوّل اعظمها والاخير اصغرها فانّ الاوّل والاخير مجموعين اعظم من الباقيين مثاله ان اب وجد وه وز

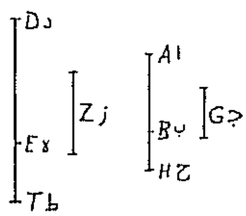
demonstratum est in propositione 23, A est ad D ut E ad T. Et demonstratio eadem est in omni numero magnitudinum, etiamsi plures sunt quam A, B, G, D et E, Z, H, T, quicunque numerus est. Quod erat demonstrandum.

Propositio XXIV libri quinti.

Si prima magnitudo ad secundam eandem rationem habet quam tertia ad quartam, et quinta ad secundam eandem rationem habet quam sexta ad quartam, tum prima et quinta coniunctae eandem rationem habebunt ad secundam quam tertia et sexta coniunctae ad quartam habent.

Exemplificatio. Habeat prima AB ad secundam G eandem rationem quam tertia DE habet ad quartam Z, et habeat quinta BH ad secundam G eandem rationem, quam sexta ET habet ad quartam Z. Dico igitur AB et BH coniunctas eandem rationem habere ad G, quam DE et ET coniunctae habeant ad Z.

Demonstratio. AB est ad G ut DE ad Z, et G est ad BH ut Z ad ET. Itaque perspicuum est ex propositione 22 AB esse ad BH ut DE ad ET. Si uero componimus rationem, ut demonstratum est in propositione 18, AH est ad HB ut DT ad TE. Atqui posuimus BH esse ad G ut ET ad Z. Ergo perspicuum est ex propositione 22, i. e. ex aequali, AH esse ad G ut DT ad Z. Quod erat demonstrandum.



Propositio XXV libri quinti.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt, et prima maxima est, et ultima minima, tum prima et ultima coniunctae maiores sunt quam reliquae duae.

Exemplificatio. Sint AB, GD, E, Z quattuor magnitudines proportionales, ita ut AB sit ad GD ut E ad Z, et sit prima AB

---

1) نسبة codex omittit.

2) تبين supra uersum.

اربعة مقادير متناسبة نسبة اب الي جد كنسبة ه الي ز واب الاوّل اعظمها وز الاخير اصغرها فاقول انّ اب وز مجموعين اعظم من دج وه الباقيين برهانه انا نفصل من اب اح مثل مقدار ه ونفصل من جد جط مثل مقدار ز فمن اجل ان نسبة اب الي جد كنسبة ه الي ز واح مثل ه وجط مثل ز فنسبة اب الي جد كنسبة اح الي جط فظاهر من برهان ١٩ ان نسبة حب الباقي الي دط كنسبة اب الي جد فمن اجل ان اب اعظم من جد فانّ حب اعظم من طد فاذا اخذنا اح وجط مشتركين تكون بح وحا وجط الثلثة اعظم من اح وجط وطد الثلثة اذا جمعت فقدارا اب وجط مجموعين اذًا اعظم من مقداري جد واح مجموعين واح فصلناه مثل ه وجط فصلناه مثل ز فاذًا اب وز مجموعين اعظم من جد[1] وه مجموعين وذلك ما اردنا ان نبين ∴

تمت المقالة الخامسة من كتاب الاصول لاوقليدس اصلاح النريزي والحمد لله حمد الشاكرين[2] والصلوة علي محمد وآله الطاهرين ∴

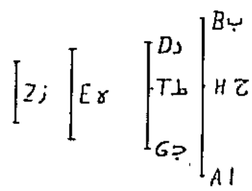
---

1) Codex praebet جط.

2) Lectio الشاكرين dubia est.

maxima, ultima Z minima. Dico igitur AB et Z coniunctas maiores esse quam duas reliquas GD et E.

Demonstratio. Ab AB abscidatur AH aequalis magnitudini E, et a GD abscidatur GT aequalis magnitudini Z. Tum, quoniam AB est ad GD ut E ad Z, et AH aequalis est [magnitudini] E, et GT aequalis est [magnitudini] Z, ea de causa AB est ad GD ut AH ad GT. Itaque perspicuum est ex propositione 19 residuum HB eandem rationem habere ad DT, quam AB habeat ad GD. Ergo, quoniam AB maior est quam GD, HB maior est quam TD. Itaque si sumimus AH et GT ut partes communes, tres [magnitudines] BH, AH, GT maiores sunt quam tres [magnitudines] AH, GT, TD coniunctae. Ergo duae magnitudines AB et GT coniunctae maiores sunt quam duae magnitudines GD et AH coniunctae. Atqui abscidimus AH aequalem [magnitudini] E et GT aequalem [magnitudini] Z. Ergo AB et Z coniunctae maiores sunt quam GD[1]) et E coniunctae. Quod erat demonstrandum.



Finis libri quinti Elementorum Euclidis ab Al-Narîzî correcti.

Et laus sit Deo, laus gratorum; et benedictio sit Muhammedo et familiae eius, puris.

[1]) Codex praebet GT.

69 u.

بسم الله الرحمن الرحيم

المقالة السادسة من كتاب الاصول لاوقليدس

قال اوقليدس السطوح المتشابهة هي التي زواياها متساوية واضلاعها المحيطة بزواياها المتساوية متناسبة قال ابو العباس النريزي يعنى السطوح في هذا الموضع الاشكال التي تحيط بها خطوط مستقيمة وليس هذان الشرطان باوّلين لكنهما يحتجان الي برهان ان كلّ سطحين مستقيمي الخطوط اذا كانت زواياهما متساويةً فان الاضلاع التي تحيط بالزوايا المتساوية متناسبة وقد برهن الرّياضي على ذلك ببرهان ٤ من ٦ وبرهن ايضا ببرهان ٥ من ٦ انّ كلّ سطحين مستقيمي الخطوط تكون الاضلاع التى تحيط بزواياهما[1] متناسبة فانّ زواياهما[2] متساوية

1) هما legi non potest in codice.

2) هما, codex praebet ة.

3) In margine superiore رب يسر واعن, i. e. „Alleua et adiuua, o Domine!"

4) In margine ث الاشكال المستقيمة الخطوط المتشابهة, i. e. „Similes figurae rectilineae".

5) I. e. figuras, quarum anguli aequales sint, simul latera angulos aequales comprehendentia proportionalia habere posse, non est ueritas per se data.

6) Haec definitio secunda e margine in textum irrepsisse uidetur. Hanc spectare uidetur signum ث in margine positum, quod, sicut ceterae additiones in margine positae, quae in hac pagina inueniuntur, opinari licet indicare scholium hoc esse, quod alius codicis uerba praebeat. Gh. Cr. illam partem esse uult eorum, quae dicit Al-Narîzî (cf. Euclidis Opera

In nomine Dei misericordis miseratoris. 69 u.

Liber sextus Elementorum Euclidis[3]).

Euclides dixit: Similes figurae planae[4]) sunt, quarum anguli aequales sunt et latera angulos aequales comprehendentia proportionalia.

Abû'l-'Abbâs al-Narîzî dixit: Figuras planas dicens hoc loco dicere uult figuras planas rectilineas. Duae condiciones datae non sunt primariae (i. e. axiomata), sed utraque demonstrationem requirit[5]), in duabus figuris rectilineis, quarum anguli aequales sint, latera angulos aequales comprehendentia proportionalia esse; quod demonstrat geometres in propositione 4 libri sexti. Demonstrat idem in propositione 5 libri sexti, in duabus figuris rectilineis, quae latera angulos suos comprehendentia proportionalia habeant, angulos aequales esse. His tamen duabus condicionibus primum ordinem tribuit, ut per eas similes figuras planas definiret et per hanc definitionem similes figuras planas ab illis distingueret, quae similes non sunt.

Euclides dixit: Reciprocae figurae sunt, quarum latera proportionalia sunt ad antecedentiam et consequentiam.

In alio codice dicitur: Illae sunt, in quarum utraque antecedentia et consequentia sunt[6]).

---

omnia, ed. Heiberg et Menge II p. 72 et Supplementum, Anaritius, ed. Curtze p. 176, u. 22).

In margine يقال للنسبة التى فى الاشكال المستقيمة الخطوط مُتكافية اذا كانت فى كل واحد من الاشكال مقدمات فى النسب, i. e. „In figuris rectilineis ratio uocatur reciproca, si in utraque figura antecedentia sunt in relationibus." Cf. T. L. Heath, The Thirteen Books of Euclid's Elements, Cambridge 1926, II p. 189.

ولكنّه قدّم هذين الشرطين ليَحُدّ بها السطوح المتشابهة ولتنفصل بهذا الحدّ السطوحُ المُتشابهة عن الّتي ليست بمتشابهة ∴ قال اوقليدس السطوحُ المُتكافئة الاضلاع هي التي اضلاعها مُتناسبة علي التقديم والتاخير وفي نسجة اخري [2]هي التي في كلّ واحد منهما مقدّمات وتوال قال النريزي الفصل بين المتشابهة والمتكافئة انّ كُلّ شكلين مسطحين مستقيمي الخطوط متشابهين فانّ المقدّمات في احدهما والتوالي في الاخر والذي فيه المقدّمات ليس فيه التوالي والذي فيه التوالي ليس يُوخذ منه المقدّمات وامّا المُتكافئان فهُما اللّذان يوخذ من احدهما اعني من الاوّل مقدّم ومن الثاني تال ثمّ يُوخذ من الثاني مقدّم ومن الاوّل تال ثمّ من الاوّل مقدّم ومن الثاني تال ولا يزال كذلك حتي تنسب الاضلاع كلّها ∴ قال اوقليدس الارتفاع في الشكل هو العمود المخرج من راسه الي قاعدته ∴ يقال في الخط المستقيم انه قد قُسم علي نسبة ذات وسط وطرفين متي كانت نسبة الخط باسره الي اعظم قسميه كنسبة اعظم قسميه الي اصغرهما ∴ يُقال ان النسبة مؤلّفة من نسب متي كانت اقدارُ تلك النسب اذا ضُوعفت بانفسها فعلت نسبةً ما [1]ووُجد في نُسخة اخري ان النسبة مقسم نسب اذا كانت النسب متي جزّيت بعضها علي بعض احدثت نسبةً ما[1] ∴

---

[1]—[1]) Uerba melius leguntur in uersione Isḥāqii (ZDMG; uol. 35, p. 283): وجد فى نسخة اخرى يقال انّ النسبة تنقسم بنسب اذا كانت النسب متى جزيت بعضها على بعض احدثت نسبة ما.

[2]) Ut res melius intellegatur, fingantur duo rectangula, alterum latera habens a, b, c, d, ita ut $a = c$, $b = d$, alterum latera habens e, f, g, h,

Al-Narîzî dixit: Differentia inter figuras similes et reciprocas haec est: Si duae figurae planae et rectilineae similes sunt, antecedentia sunt in una earum, consequentia in altera, nec sunt consequentia in ea, in qua sunt antecedentia, neque antecedentia in ea, in qua sunt consequentia; at in duabus figuris reciprocis antecedens sumptum est ex una earum, e priore, consequens ex altera, tum antecedens ex altera, consequens e priore, tum antecedens e priore, consequens ex altera, et sic deinceps, donec omnia latera earum coniuncta sint[2]).

Euclides dixit: Altitudo figurae perpendicularis est a uertice ad basim ducta[3]).

Linea recta in mediam atque extremam rationem[4]) secari dicitur, si ratio totius lineae ad maiorem partem aequalis est rationi maioris partis ad minorem.

Ratio dicitur e rationibus composita esse[5]), si quantitates harum rationum per se ipsas multiplicatae[6]) aliquam rationem efficiunt uel aliam.

Alius codex dicit: Ratio est diuisa in (plures) rationes, si ratio alia per aliam diuisa rationem aliquam efficit uel aliam.

---

ita ut $e = g$, $f = h$. Eandem mensuram habeant duo rectangula, i. e. $ab = ef$. Erunt igitur $a:e = f:b = e:g = h:d$; i. e. antecedentes a, f, e, h per uices e priore et ex altera figura sumptae sunt. — Nec tamen multum ualet haec ratio.

[3]) Supra uersum: ث الواقع من نقطة راسه i. e. (ad uerbum) „a puncto capitis sui cadens".

[4]) Obseruetur interpretatio Gherardi (p. 177, 13) ad uerbum facta: „et duo extrema".

[5]) In margine ث مركبة من نسب i. e. „e rationibus composita". Hanc definitionem interpolatam esse opinatur Heiberg, Eucl. Op. II p. 72 sq.

[6]) In margine ث يعنى ضرب بعضها فى بعض, i. e. „Dicere uult: alia per aliam multiplicata".

الشكل الاول من المقالة السادسة

السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات اذا كان ارتفاعها بقدر واحد فان نسبة بعضها الي بعض كنسبة قواعدها بعضها الي بعض مثاله ان سطحي جه جز متوازيا الاضلاع وارتفاعها وارتفاع مثلثي ابج اجد ارتفاع واحد فاقول ان نسبة قاعدة بج الي قاعدة جد كنسبة مثلث ابج الي مثلث اجد وكنسبة متوازي جه الي متوازي جز برهانه انا نخرج خط بد في كلتي الجهتين ([1]الي ط ل([1] ونجعل في الخط الخارج في جهة([2] نقطة ب من اضعاف خط بج مثل ما في الخط الخارج في جهة نقطة د من اضعاف خط([3] دج فلننزل انّ في خط بط من اضعاف بج مثل ما في خط دل من اضعاف خط دج وانّ الاضعاف الماخوذة لخط بج خطا بح حط والاضعاف الماخوذة لخط جد خطا دك كل ونخرج خطوط اح اط اك ال فمن اجل انّ قواعد طح حب بج متساوية والمثلثات التي قواعدها متساوية وبين خطين متوازيين فهي متساوية كما تبيّن من برهان ٣٨ من ١ فمثلثات اطح احب ابج متساوية وقواعدها متساوية ([4]وكذلك نبيّن انّ مثلثات الك الكد ادج متساوية([4] وقواعدها متساوية ففي قاعدة طج من اضعاف قاعدة بج مثل ما في مثلث اطج من اضعاف مثلث ابج وكذلك في قاعدة لج من اضعاف قاعدة جد مثل ما في مثلث الج من اضعاف مثلث اجد فقاعدة طج ومثلث اطج امّا ان يكونا زايدين معًا علي قاعدة جل ومثلث اجل وامّا ان يكونا

---

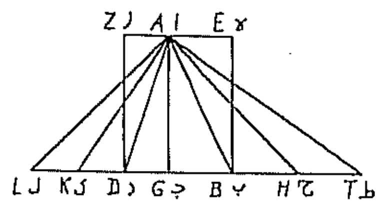
[1])—[1]) in margine.
[2]) جهة supra uersum.
[3]) خط supra uersum.
[4])—[4]) in margine.

Propositio I libri sexti.

Parallelogramma et trianguli, quorum altitudo eadem est, eandem inter se proportionem habent, quam bases eorum inter se habent.

Exemplificatio. Sint GE et GZ duo parallelogramma, et sit eadem altitudo eorum et duorum triangulorum ABG et AGD. Dico igitur basim BG esse ad basim GD ut triangulus ABG ad triangulum AGD atque ut parallelogrammum GE ad parallelogrammum GZ.

Demonstratio. Producatur linea BD in utramque partem ad T et L[1]); faciamus autem in linea, quae extenditur aduersus punctum B, aequalem numerum linearum, quae aequales sint lineae BG, ut in linea, quae extenditur aduersus punctum D, lineas aequales lineae DG. Sit in linea BT[2]) aequalis numerus linearum, quae aequales sint lineae GB, ut in linea DL lineae aequales lineae DG, et sint BH et HT duae lineae sumptae aequales lineae GB, et DK et KL duae lineae sumptae aequales lineae DG. Ducantur lineae AH, AT, AK, AL.



Tum quoniam bases TH, HB, BG aequales sunt, et trianguli, qui bases suas aequales habent et sunt inter duas lineas parallelas, aequales sunt, ut demonstratum est in propositione 38 libri primi, ea de causa trianguli ATH, AHB, ABG aequales sunt et aequales bases habent. Eodem modo demonstrari potest triangulos ALK, AKD, ADG aequales esse[3]) et aequales bases habere. Itaque basis TG toties multiplex est basis BG, quoties triangulus ATG multiplex est trianguli ABG; ac similiter basis LG toties multiplex est basis GD, quoties triangulus ALG multiplex est trianguli AGD. Itaque basis TG et triangulus ATG singillatim

1) „ad T et L" in margine.

2) „GT" in textu.

3) Uerba „Eodem modo ... esse" in margine.

متساوين معا[1] واما ان يكونا ناقصين معا عنهما فلنا اربعة مقادير قاعدتا ب ج ج د ومثلثا اب ج اج د وقد أُخذ لمقدار ب ج الذي هو الاوّل ولمثلث اب ج الذي هو المقدارُ الثالث اضعافٌ مُتساوية امّا لقاعدة ب ج | فخط ط ج وامّا 70 r.
لمثلّث اب ج فمثلث اط ج وايضا فقد أُخذ للمقدار الثاني الذي هو ج د ولمثلّث اج د الذي هو المقدارُ الرّابعُ اضعافٌ مُتساويةٌ وقد بيّنا انّ قاعدة ط ج ومثلث اط ج اللذين هما الاوّل والثالث امّا زايدان معا علي مقداري ج ل ال ج اللذين هما الثاني والرابع وامّا مساويان معا لهما وامّا ناقصان معا عنهما فنسبة قاعدة ب ج الي قاعدة ج د كنسبة مثلث اب ج الي مثلث اج د وكذلك نسبة قاعدة ب ج الي قاعدة ج د كنسبة متوازي ج ه الي متوازي ج ز من اجل انّ متوازى ج ه ضعفُ مثلث اب ج ومتوازي ج ز ضعفُ مثلّث اج د كما تبيّن من برهان لد[2] من ا وايضا فعلي هذا المثال بعينه نُبيّن ان لو كمّلنا علي خطوط ط ح ح ب د ك لكل سطوحا متوازية الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين

الشكل الثاني من المقالة السادسة

كلّ مثلث يُوصل بين ضلعين من اضلاعه خط مستقيم يُوازي ضلع المثلث الباقي[3] فانه يَفصل الضلعين علي نسبة واحدة وان فصل الضلعين علي نسبة واحدة فان الخط مُوازٍ لضلع المثلث الباقي مثالهُ انا نصل بين ضلعي اب اج بخطّ ده يُوازي ضلع ب ج الباقي فاقول ان خط ده قد فصل ضلعي اب اج

1) Post معا suppleatur لهما et legatur مساوين pro متساوين.

2) Cf. p. 101, adn. 1.

3) Inter الباقي et فانه legitur ز, quod explanari non potest.

sunt aut in excessu aut aequales aut minores basi GL et triangulo AGL. Habemus igitur quattuor magnitudines, duas bases BG et GD et duos triangulos ABG et AGD, et sumpta sunt primae magnitudinis, BG, et tertiae, trianguli ABG, aeque multiplicia, linea TG, ubi agitur de basi BG, et triangulus ATG, ubi agitur de 70 r.
triangulo ABG, ac sumpta sunt etiam secundae, [basis] GD, et quartae, trianguli AGD, aeque multiplicia [basis GL et triangulus AGL], et demonstratum est primam et tertiam, basim TG et triangulum ATG, singillatim esse aut in excessu aut aequales aut minores secunda et quarta, GL et ALG. Ergo basis BG est ad basim GD ut triangulus ABG ad triangulum AGD, ac similiter basis BG est ad basim GD ut parallelogrammum GE ad parallelogrammum GZ, quoniam parallelogrammum GE duplex est trianguli ABG, et parallelogrammum GZ duplex est trianguli AGD, ut demonstratum est in propositione 34 libri primi[1]), ac praeterea eodem modo demonstrari potest, si conficimus parallelogramma supra lineas TH, HB, DK, KL. Quod erat demonstrandum.

Propositio II libri sexti.

Si trianguli duo latera coniunguntur linea recta, quae reliquo lateri[2]) trianguli parallela est, duo latera in eadem ratione secabit; et si duo latera in eadem ratione secat, reliquo lateri trianguli linea parallela erit.

Exemplificatio. Coniungantur duo latera, AB et AG, linea DE, quae reliquo lateri GB parallela sit. Dico igitur lineam DE duo latera, AB et AG, in eadem ratione diuidere; i. e. $BD:DA = GE:EA$.

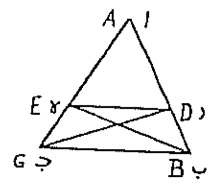
---

[1]) Numerus, aliter atque fieri solet, datus est per litteras, لد, ut semel tantum in propositione 1 libri quinti aduersus finem, ubi conferatur adnotatio. Uidetur librarius spatium uacuum inuenisse et ex alio codice numerum adtulisse. Aptius fortasse adferretur propositio 41.

[2]) Post الباق textus praebet ز, quod sensu carere uidetur.

علي نسبة واحدة اعني انه قد صيّر نسبة بد الي دا كنسبة جه الي ها برهانه انا نخرج خطي به جد فمثلث بده مساو لمثلث جده لانّها علي قاعدة ده وبين خطي ده بج المتوازيين كما تبين ببرهان ٣٧ من ١ والاعظام المتساوية نسبتها الي عظم اخر نسبة واحدة كما تبيّن ببرهان ٧ من ٥ فنسبة مثلث بده الي مثلث اده كنسبة مثلث جده الي مثلث اده ومن اجل ان المثلثات التي ارتفاعها بقدر واحد فان نسبة بعضها الي بعض كنسبة قواعدها بعضها الي بعض كما بيّن ببرهان ١ من ٦ فنسبة مثلث بده الي مثلث اده كنسبة قاعدة بد الي قاعدة دا وكذلك نسبة مثلث جده الي مثلث هدا كنسبة قاعدة جه الي قاعدة ها واذا رفعنا الوسايط كما بيّن ببرهان ١١ من ٥ بقيت نسبة بد الي دا كنسبة جه الي ها وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وايضا فانا ننزل انّ ده يفصل ضلعي با جا علي نسبة واحدة فاقول ان خط ده مواز لخطّ بج برهانه عكس ذلك البرهان من اجل انه لما كانت نسبة بد الي دا كنسبة جه الي ها وممّا وضعنا[1] تكون نسبة بد الي دا كنسبة مثلث بده الي مثلث داه وكذلك تكون نسبة جه الي ها كنسبة مثلث جده الي مثلث داه فاذا اسقطنا الوسايط بقيت نسبة مثلث بده الي مثلث داه كنسبة مثلث جده الي مثلث داه فنسبة مثلّثي بده جده الي مثلث داه نسبة واحدة والمقادير التي نسبتها الي مقدار آخر نسبة واحدة فانّ المقادير متساوية كما بيّن ببرهان ٩ من ٥ فمثلث بده مثل مثلث جده والمثلثات المتساوية التي علي قاعدة واحدة وبين خطّين فانّ الخطّين متوازيان كما بيّن ببرهان ٣٩ من ١ فخط ده مواز لخط بج وذلك ما اردنا ان نبين ∴

Demonstratio. Ducantur duae lineae BE et GD. Tum triangulus BDE aequalis est triangulo GDE, quoniam sunt in eadem basi DE, et inter duas lineas parallelas DE et BG, ut demonstratum est in propositione 37 libri primi. Atqui magnitudines aequales ad aliam magnitudinem eandem rationem habent, ut demonstratum est in propositione 7 libri quinti. Itaque triangulus BDE est ad triangulum ADE ut triangulus GDE ad triangulum ADE. Quoniam uero trianguli, quorum eadem est altitudo, eandem rationem alius ad alium habent, quam bases eorum habent, ut demonstratum est in propositione 1 libri sexti, ea de causa triangulus BDE est ad triangulum ADE ut basis BD ad basim DA, ac similiter triangulus GDE est ad triangulum EDA ut basis GE ad basim EA. Itaque si tollimus medios terminos, ut demonstratum est in propositione 11 libri quinti, $BD:DA = GE:EA$. Quod erat demonstrandum.



Rursus secet linea DE duo latera BA et GA in eadem ratione. Dico igitur lineam DE parallelam esse lineae GB. Demonstratio contraria est priori. Quoniam enim $BD:DA = GE:EA$, et, sicut posuimus, $BD:DA$ ut triangulus BDE ad triangulum DAE, ac similiter $GE:EA$ ut triangulus GDE ad triangulum DAE, ea de causa, si tollimus medios terminos, triangulus BDE est ad triangulum DAE ut triangulus GDE ad triangulum DAE. Itaque trianguli BDE et GDE ad triangulum DAE eandem rationem habent. Atqui magnitudines, quae ad aliam magnitudinem eandem rationem habent, aequales sunt, ut demonstratum est in propositione 9 libri quinti. Itaque triangulus BDE aequalis est triangulo GDE. Et si aequales trianguli in eadem basi sunt et inter duas lineas, duae lineae parallelae sunt, ut demonstratum est in propositione 39 libri primi. Ergo linea DE parallela est lineae BG. Quod erat demonstrandum.

---

[1]) Fortasse وصفنا? Dubium, quid codex praebeat.

الشكل الثالث من المقالة السادسة

كلّ مُثلّث تقسَم زاويةٌ من زواياهُ بنصفين بخطّ ينتهى الي القاعدة فانّ نسبة قسمي القاعدة احدهما الي الآخر كنسبة ضلعي المثلث الباقيين احدهما الي الآخر وان صيّر نسبة قسمي القاعدة احدهما الي الآخر كنسبة الضلعين الباقيين احدهما الي الآخر فانّ الخط يقسم الزاوية بنصفين مثالهُ انّ زاوية باج من مثلث ابج قد قسمت بنصفين بخط اد فاقول ان نسبة بد الي دج كنسبة ضلع با الي ضلع اج برهانه انا نُخرج خط جه يُوازي خط اد كما بين اخراجهُ ببُرهان ٣١ من ١ ونخرج خط با حتى يلقي الخط المخرج المُوازي علي نُقطة ه فمن اجل انّ خطي جه دا متوازيان وقد وقع عليهما خط به
فبما بيّن | ببرهان ٢٩ من ١ يكون زاوية اهج الداخلة مساويةً لزاوية باد 70 a.
الخارجة وايضا فمن اجل انّ خطي اد هج المتوازيين قد وقع عليهما خط اج فبما بيّن من بُرهان ٢٩ من ١ يكون زاويتا جاد اجه المتبادلتان متساويتين وقد كُنّا فرضنا زاويتي باد داج متساويتين فزاوية اهج اذًا مساوية لزاوية اجه فبما بيّن ببُرهان ٦ من ١ يكون ساق اه مثل ساق اج وايضًا فانّ مثلث بجه قد وُصل بين ضلعين من اضلاعه بخط دا فبما بيّن ببُرهان ٢ من ٦ تكون نسبة[1] خط با الي خط اه كنسبة خط بد الي خط دج وقد بيّنا ان خط اه مساوٍ لخط اج فنسبة خط با الي كلّ واحد من خطي اه اج نسبة واحدة كما بيّن ببرهان ٧ من ٥ فنسبة ضلع با الي ضلع اج كنسبة قسم بد الي

---

1) نسبة in margine.

2) T. L. Heath, The Thirteen Books of Euclid's Elements II p. 107 perperam praebet V 11.

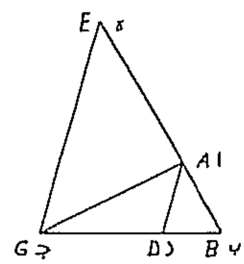
Propositio III libri sexti.

Si angulus trianguli per lineam, quae ad basim peruenit, in duas partes aequales secatur, ratio duarum partium basis inter se aequalis erit rationi duorum reliquorum laterum trianguli inter se; et si ratio duarum partium basis inter se aequalis est rationi duorum reliquorum laterum trianguli inter se, linea angulum in duas partes aequales secabit.

Exemplificatio. Secetur angulus BAG trianguli ABG per lineam AD. Dico igitur rationem BD ad DG aequalem esse rationi lateris BA ad latus AG.

Demonstratio. Ducatur linea GE lineae AD parallela, ut monstratum est in propositione 31 libri primi, et producatur linea BA, donec incidat in lineam parallelam ductam, in puncto E.

Tum quoniam duae lineae GE et DA parallelae sunt, et linea BE in eas incidit, ea de causa secundum ea, quae demonstrata 70 u.
sunt in propositione 29 libri primi, interior angulus AEG aequalis est exteriori angulo BAD.



Rursus quoniam linea AG incidit in duas lineas parallelas AD et EG, ea de causa secundum ea, quae demonstrata sunt in propositione 29 libri primi, anguli alterni GAD et AGE inter se aequales sunt. Atqui posuimus duos angulos BAD et DAG aequales esse inter se. Itaque angulus AEG aequalis est angulo AGE, et secundum ea, quae demonstrata sunt in propositione 6 libri primi, crus AE aequale est cruri AG.

Rursus quoniam duo latera trianguli BGE per lineam DA coniuncta sunt, ea de causa secundum ea, quae demonstrata sunt in propositione 2 libri sexti, linea BA est ad lineam AE ut linea BD ad lineam DG. Atqui demonstrauimus lineam AE aequalem esse lineae AG. Itaque linea BA ad utramque lineam AE et AG eandem rationem habet, ut demonstratum est in propositione 7 libri quinti[2]). Itaque latus BA est ad latus AG ut pars BD ad partem DG. Quod erat demonstrandum.

قسم دج وذلك ما اردنا ان نبين ∴ وايضًا فانا نُنزل ان نسبة ضلع با الي ضلع اج كنسبة قسم بد الي قسم دج فاقول ان زاوية باج قد انقسمت بنصفين برهانه انا نخرج خط جه يوازي اد ونخرج ضلع با حتى يلقاه علي نقطة ه ونعكس البرهان المتقدّم فنقول من اجل ان نسبة قسم بد الي قسم دج كنسبة ضلع با الي ضلع اج وكنسبة ضلع با الي خط اه صارت نسبة خط با الي كلّ واحد من خطي اه اج نسبة واحدة فبمَا بين ببرهان ٩ من ٥ يكون خط اه مساويًا لخط اج وكلّ مثلث متساوي الساقين فان زاويتيه اللتين فوق القاعدة متساويتان ببرهان ٥ من ١ فزاوية اهج مثل زاوية اجه وبما قدّمنا من الاستشهاد تكون زاوية داج مساويةً لزاوية اجه وزاوية اهج مساويةً لزاوية باد من اجل انا فرضنا خط اد يوازي خط جه فزاوية باد اذًا مساوية لزاوية داج وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل الرابع من المقالة السادسة

كلّ مثلثين متشابهين فانّ اوتارَ زواياهما المتساوية مُتناسبة مثاله انّ مثلثي ابج دجه متشابهان وزواياهما المتساويةُ زاوية ابج مثل زاوية دجه وزاويةُ[1] باج مثل زاوية جده وزاوية اجب مثل زاوية دهج فاقول ان الاوتار التي تُوتّر الزوايا المتساويةَ مُتناسبة اعني انّ نسبة اب الي دج كنسبة بج الي جه وكنسبة اج الي ده برهانه انا نصل بنقطة ج خط بج علي استقامة جه وننزل انا عملنا عليه مثلث ابج المساوي زواياهُ لمثلث جده كما

1) وزاوية bis in codice.

Rursus sit ratio lateris BA ad latus AG aequalis rationi partis BD ad partem DG. Dico igitur angulum BAG in duas partes aequales sectum esse.

Demonstratio. Ducatur linea GE [lineae] AD parallela, et producatur latus BA, ut in eam incidat in puncto E; conuertatur autem prior demonstratio. Dicimus igitur, quoniam pars BD sit ad partem DG ut latus BA ad latus AG, atque etiam ut latus BA ad lineam AE, ea de causa lineam BA ad utramque lineam AE et AG eandem rationem habere. Itaque secundum ea, quae demonstrata sunt in propositione 9 libri quinti, linea AE aequalis est lineae AG. Atqui anguli, qui sunt super basim trianguli, qui duo latera aequalia habet, aequales sunt secundum demonstrationem 5 libri primi. Itaque angulus AEG aequalis est angulo AGE, et secundum ea, quae antea demonstrata sunt, angulus DAG aequalis est angulo AGE, et angulus AEG aequalis est angulo BAD, quoniam posuimus lineam AD lineae GE parallelam. Ergo angulus BAD aequalis est angulo DAG. Quod erat demonstrandum.

Propositio IV libri sexti.

In triangulis similibus[1]) latera, quae sub aequalibus angulis subtendunt, correspondentia sunt.

Exemplificatio. Sint duo trianguli ABG et GDE alter alteri similis[2]), et sint anguli aequales eorum angulus ABG aequalis angulo DGE, angulus BAG aequalis angulo GDE, angulus AGB aequalis angulo DEG. Dico igitur latera, quae sub aequalibus angulis subtendant, correspondentia esse, i. e. $AB:DG = BG:GE = AG:DE$.

Demonstratio. Ducatur per punctum G linea BG in continuatione lineae GE; et construatur supra eam triangulus ABG triangulo GDE aequiangulus secundum constructionem monstratam in propositione 22 libri primi; et si in duobus

[1]) Sic codex. Recte: aequiangulis. [2]) Cf. adnot. 1.

بيّن عمله ببرهان ٢٢ من ١ ومتى كانت في المثلثين زاوية قائمة توخينا ان
يقع الزاويتان القائمتان عند نقطتي ا د فاذا عمل كذلك فانّ خطي با ده
اذا أخرجا على استقامة التقيا على نقطة ز فلان زاوية اجب الخارجة فرضت
مثل زاوية دهج الداخلة فانّ خط اج مواز لخط زه كما بيّن ببرهان ٢٨ من
١ وكذلك فرضت زاوية دجه الخارجة مساوية لزاوية ابج الداخلة فخط
بز مواز لخط جد فسطح اجدز اذًا متوازي الاضلاع والاضلاع المتقابلة
متساوية كما بيّن ببرهان ٣٤ من ١ فاج مثل زد واز مثل جد فمن اجل[1]
ان مثلث بزه قد وصل بين ضلعين من اضلاعه بخط اج يوازي زه التي هي
القاعدة فبما بيّن ببرهان ٢ من ٦ تكون نسبة با الى از اعني الى جد[2] كنسبة
بج الى جه[3] وايضًا فان مثلث بزه قد وصل بين ضلعين من اضلاعه بخط
جد يوازي بز التي هي القاعدة فنسبة هد الى دز اعني الى اج كنسبة هج
الى جب وقد تبين ان نسبة هج الى جب كنسبة دج الى اب فنسبة ده الى
اج كنسبة هج الى جب وكنسبة دج الى اب وذلك ما اردنا ان نبين ∴

[4] قال النريزي وقد يمكن ان يرسم هذا الشكل اذا كانت فيهما زاوية قائمة
على هذا السبيل تخرج هج الى ب | على الاستقامة وليكن جب مساويا لنظيره 71 r.

---

1) اجل supra uersum.

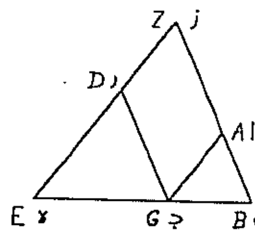
2) جد in margine. Codex signum praebet, quo aliquid omissum esse significari solet; sequitur اج (quod pro جد per errorem scriptum esse adparet), quod delere librarius oblitus est.

3) Codex praebet: — هج الى جب.

4) Intellegi non potest, quare non ad basim *BE* angulus rectus esse debeat. Euclides ed. Heiberg II p. 86 sq. hanc exceptionem non adfert. Etiam additio Anaritii, quae sequitur, superuacanea uidetur.

triangulis rectus angulus sit, cadant duo anguli recti in puncta A et D[4]). Per hanc constructionem lineae BA et DE coniungentur in puncto Z, si in lineam rectam producentur.

Tum quoniam angulus exterior AGB datus est angulo interiori DEG aequalis, ea de causa linea AG lineae ZE parallela est, ut demonstratum est in propositione 28 libri primi. Rursus angulus exterior DGE datus est angulo interiori ABG aequalis. Itaque linea BZ lineae GD parallela est. Itaque figura plana $AGDZ$ parallelogrammum est, et latera opposita aequalia sunt, ut demonstratum est in propositione 34 libri primi. Itaque $AG = ZD$ et $AZ = GD$.



Quoniam uero trianguli BZE duo latera per lineam AG, basi ZE parallelam, coniuncta sunt, ea de causa secundum ea, quae demonstrata sunt in propositione 2 libri sexti, $BA:AZ$ (i. e. GD) $= BG:GE$[5]). Rursus quoniam trianguli BZE duo latera per lineam GD, basi BZ parallelam, coniuncta sunt, ea de causa $ED:DZ$ (i. e. AG) $= EG:GB$. Atqui demonstratum est $EG:GB = DG:AB$. Ergo $DE:AG = EG:GB = DG:AB$. Quod erat demonstrandum.

Al-Narîzî dixit: Si in duobus triangulis angulus rectus est, haec figura hoc modo describi potest.

Producatur EG in lineam rectam ad B,[6]) et sit GB aequalis 71 r.
lateri [alterius] trianguli, quod correspondet lineae EG[6]). Sint

[5]) Uerba corrupta sunt. Sic enim legitur in codice: „ea de causa ... $BA:AZ$ (i. e. AG) $= EG:GB$". In margine per correctionem datur GD pro AG, at in textu relinquitur AG. Ac sine dubio legendum est „$= BG:GE$".

[6])—[6]) Ad uerbum: „et sit GB aequalis compari suo e lateribus trianguli, scilicet EG", quod intellegi non potest. Gh. Cr. (uid. Euclidis Opera omnia, ed. Heiberg et Menge, Anaritius p. 177, 27—29) sic praebet: „... gb sit equalis uni laterum trianguli, quod refert ei, scilicet gb". Ne Gh. quidem uerba Arabica intellexisse uidetur. Neque tamen melius intelleguntur, quae ipse posuit.

من اضلاع المثلث وهو هجا[1] ولتكن زاويتا دجد جبا قايمتين وزاوية هدج مساوية لزاوية باج وزاوية جهد مساوية لزاوية اجب فمن اجل ان مجموع زاويتي ابج دهج اصغر من زاويتين قايمتين فانّ خطي با هد اذا اُخرجا علي الاستقامة التقيا فليكن التقاوهما علي نقطة ز ونخرج دح يوازي هب فيصير مثلّث حدز مساوي الاضلاع لمثلث ابج ضلع دز مثل ضلع جا وضلع حد مثل ضلع بج وضلع حز مثل ضلع با وذلك انّ خط حد يوازي بج وبز يوازي جد فبح مثل جد وبج مثل حد وايضًا فانّ زاوية اجب وُضعت مساوية لزاوية جهز فخط جا يوازي خط دز فدز مثل جا وزاوية حدز مثل زاوية دهب اعني مثل زاوية اجب فقاعدة حز مثل قاعدة اب فلان حد يوازي قاعدة به تكون نسبة هد الي دز كنسبة بح الي حز فنسبة هد الي جا كنسبة بح اعني[2] جد الي با وايضا فمن اجل ان خط جا يوازي خط هز تكون نسبة هج الي جب كنسبة از الي اب واز مثل جد فنسبة جد الي اب كنسبة هج الي جب وذلك ما اردنا ان نبين ∴

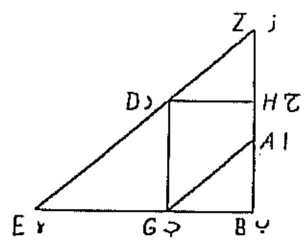
الشكل الخامس من المقالة السادسة

كلّ مثلّثين اضلاعهما متناسبة فانّ زواياهما التي توترها الاضلاع المتناسبة متساوية مثاله ان مثلثي ابج دهز متناسبا الاضلاع نسبة اب الي هد كنسبة بج الي هز وكنسبة اج الي دز فاقول انّ زوايا مثلّث ابج مساوية لزوايا مثلّث دهز زاوية باج مثل زاوية هدز وزاوية اجب مثل زاوية دزه

[1]) Cf. p. 109, adn. 6. [2]) In codice iteratur كنسبة post اعني.

duo anguli EGD et GBA recti, angulus EDG aequalis angulo BAG et angulus GED aequalis angulo AGB. Tum quoniam summa duorum angulorum ABG et DEG minor est quam duo anguli recti, ea de causa duae lineae BA et ED occurrent, si in lineam rectam productae erunt. Occurrant in puncto Z[1]), et ducatur DH [lineae] EB parallela.

Tum trianguli HDZ latera trianguli ABG lateribus aequalia sunt, latus DZ aequale lateri GA, latus HD aequale lateri BG, latus HZ aequale lateri BA. Nam linea HD parallela est [lineae] BG, et [linea] BZ parallela est [lineae] GD. Itaque $BH = GD$, et $BG = HD$.



Rursus quoniam angulus AGB sumptus est aequalis angulo GEZ, ea de causa linea GA parallela est lineae DZ. Itaque $DZ = GA$. Atqui angulus HDZ aequalis est angulo DEB, i. e. angulo AGB. Itaque basis HZ aequalis est basi AB. Itaque quoniam HD parallela est basi BE, $ED:DZ = BH:HZ$, atque ea de causa $ED:GA = BH$ (i. e. GD)$:BA$. Rursus quoniam linea GA parallela est lineae EZ, ea de causa $EG:GB = AZ:AB$. Atqui $AZ = GD$. Ergo $GD:AB = EG:GB$. Quod erat demonstrandum.

Propositio V libri sexti.

Si duo trianguli latera sua proportionalia habent, anguli, sub quibus latera correspondentia subtendunt, aequales sunt.

Exemplificatio. Habeant duo trianguli ABG et DEZ latera sua proportionalia, ita ut sit $AB:DE = BG:EZ = AG:DZ$. Dico igitur angulos trianguli ABG aequales esse angulis trianguli DEZ, ita ut angulus BAG angulo EDZ, angulus AGB angulo DZE, angulus GBA angulo ZED aequalis sit.

[1]) Hic desinit demonstratio, quam praebet Gh. Cr. (uid. p. 178, 4). Deest etiam pars constructionis: „angulus EDG aequalis angulo BAG et angulus GED aequalis angulo AGB".

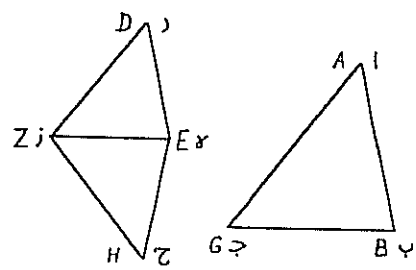
وزاوية جبا مثل زاوية زهد برهانه انا نعمل علي نقطة ه من خط هز زاوية مساوية لزاوية ابج كما بين عمله ببرهان ٢٣ من ١ ولتكن زاوية زهح وعلي نقطة ز مثل زاوية اجب ولتكن زاوية هزح فتبقى زاوية هحز مساوية لزاوية باج ببرهان ٢٦ من ١ فمثلث هحز زواياه مساوية لزوايا مثلث باج وقد تبين انّ كلّ مثلثين تساوي زوايا احدهما زوايا الاخر فانّ اوتارَ الزوايا المتساوية متناسبة فنسبة ضلع اب الي ضلع هح كنسبة ضلع بج الي ضلع هز ولكن نسبة ضلع بج الي ضلع هز كنسبة ضلع اب الي ضلع هد لانّ هذا موضوع فنسبة اب الي هز والي هح واحدة فاذا اسقطنا الواسطة بقى ضلع هد مثل هح وكذلك نبين انّ نسبة جا الي دز وزح واحدة فضلع دز مساو لضلع زح[1] من مثلث هحز وقاعدة هز مشتركة فضلعا ده هز مثل ضلعي هح هز وقاعدة زد مثل قاعدة زح فزاوية دهز مثل زاوية زهح وكذلك نبين ان زاوية دزه مثل زاوية هزح وتبقى زاوية زحه مثل زاوية هدز فزوايا مثلث هحز مساوية لزوايا مثلث هدز زاوية حهز مساوية لزاوية زهد وزاوية هزح مساوية لزاوية هزد وزاوية هحز مثل زاوية هدز لكن عملت زاوية حهز مثل زاوية جبا وزاوية هزح مثل زاوية بجا وزاوية هحز مثل زاوية باج فزوايا مثلث باج مساوية لزوايا مثلث هدز زاوية جبا مثل زاوية زهد وزاوية اجب مثل زاوية دزه وزاوية باج مثل زاوية هدز وقد تبين ان كلّ مثلثين اضلاعهما متناسبة فانّ زواياهما التي توترها تلك الاضلاع متساوية وذلك ما اردنا ان نبين ∴

---

[1] Ante زح praebet codex هح, quod aut delendum est, aut ده ante دز inserendum.

Demonstratio. Ad punctum E in linea EZ efficiatur angulus ZEH aequalis angulo ABG secundum constructionem monstratam in propositione 23 libri primi, et ad punctum Z angulus EZH aequalis angulo AGB.

Erit igitur angulus EHZ aequalis angulo BAG per demonstrationem 26 libri primi. Itaque anguli trianguli EHZ aequales sunt angulis trianguli BAG. Atqui demonstratum est, si trianguli angulos suos aequales habeant inter se, latera, quae sub angulis aequalibus subtendant, correspondentia esse. Itaque latus $AB:EH = BG:EZ$. Atqui latus $BG:EZ = AB:ED$; nam hoc erat datum. Itaque AB ad ED[1]) et ad EH eandem rationem habet, et si tollimus medium terminum, latus ED aequale est [lateri] EH. Eodem modo demonstramus GA eandem rationem habere ad DZ et ad ZH. Itaque latus DZ aequale est lateri ZH[2]) trianguli EHZ; et basis EZ communis est. Itaque duo latera DE et EZ singillatim sunt aequalia duobus lateribus EH et EZ, et basis ZD aequalis est basi ZH. Itaque angulus DEZ aequalis est angulo ZEH. Et eodem modo demonstramus angulum DZE aequalem esse angulo EZH, atque ea de causa angulum ZHE angulo EDZ. Itaque anguli trianguli EHZ aequales sunt angulis trianguli EDZ, angulus HEZ angulo ZED, angulus EZH angulo EZD, angulus EHZ angulo EDZ. Atqui fecimus angulum HEZ aequalem angulo GBA, angulum EZH angulo BGA, angulum EHZ angulo BAG. Itaque anguli trianguli BAG aequales sunt angulis trianguli EDZ, angulus GBA angulo ZED, angulus AGB angulo DZE, angulus BAG angulo EDZ. Ergo demonstratum est, si duo trianguli latera sua proportionalia habeant, angulos, sub quibus latera correspondentia subtendant, aequales esse. Quod erat demonstrandum.



1) „EZ" in textu.

2) „lateri EH ZH" in textu.

71 a.

الشكل السادس من المقالة السادسة

اذا تساوت زاويتان من مثلثين وتناسبت اضلاعهما المحيطة بهما فزوايا احدهما مساوية لزوايا الآخر كل زاوية مساوية لنظيرتها مثاله ان زاوية باج من مثلث ابج مساوية لزاوية هدز من مثلث دهز ونسبة ضلع اب الي ده كنسبة اج الي دز فاقول ان زاوية ابج مساوية لزاوية دهز وزاوية اجب مساوية لزاوية دزه برهانه انا نعمل على نقطة د من خط دز زاوية مساوية باج كما بين عمله ببرهان ٢٣ من ١ ولتكن زاوية زدح ونعمل (1ببرهان ٢٣ من ١(1 على نقطة ز(2 زاوية مثل اجب ولتكن زاوية دزح فتبقى زاوية ح مثل زاوية ب (3ببرهان ٢٦ من ١(3 فزوايا مثلث دزح مساوية لزوايا مثلث ابج فاوتار الزوايا المتساوية متناسبة ببرهان ٤ من ٦ فنسبة اج الي دز كنسبة اب الي دح وقد كانت نسبة اج الي دز كنسبة اب الي ده فاذا اسقطنا الواسطة بقيت نسبة اب الي كل واحد من ده ودح نسبة واحدة فده مساو لدح ودز مشترك فيكون ضلعا هد دز مساويين لضلعي دز دح(4 وزاوية هدز وضعت مثل زاوية زدح فقاعدة دز مثل قاعدة زح ومثلث هدز مثل مثلث دحز والزوايا التي توترها الاضلاع المتناسبة متساوية ببرهان ٥ من ٦ فزاوية هدز مساوية لزاوية زدح وزاوية هزد مساوية لزاوية دزح فتبقى زاوية دحز مثل زاوية دهز ولكن زاوية زدح عملت مثل

---

[1])—[1]) in margine.

[2]) Codex praebet زد.

[3])—[3]) in margine.

[4]) Codex praebet زح.

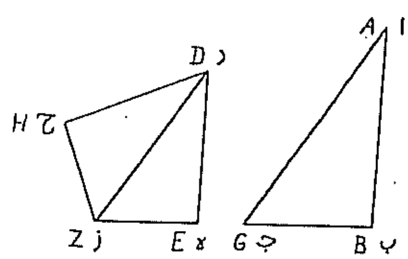
Propositio VI libri sexti. 71 u.

Si duo trianguli duos angulos aequales habent inter se et latera eos comprehendentia aequalia, anguli unius aequales sunt angulis alterius, ita ut singuli anguli aequales sint angulis correspondentibus.

Exemplificatio. Sit angulus BAG trianguli AGB aequalis angulo EDZ trianguli DEZ, et sit latus $AB:DE = AG:DZ$. Dico igitur angulum ABG angulo DEZ et angulum AGB angulo DZE aequalem esse.

Demonstratio. Ad punctum D in linea DZ fiat angulus ZDH aequalis angulo BAG secundum constructionem monstratam in propositione 23 libri primi, et ad punctum Z fiat angulus HZD aequalis angulo AGB per demonstrationem 23 libri primi[1]).

Tum angulus ad H aequalis est angulo ad B per demonstrationem 26 libri primi[2]), atque ea de causa anguli trianguli DZH aequales sunt angulis trianguli ABG, et lineae, quae sub aequalibus angulis subtendunt, correspondentes sunt per demonstrationem 4 libri sexti. Itaque $AG:DZ = AB:DH$. Atqui $AG:DZ = AB:DE$. Itaque si tollimus medium terminum, eandem rationem habet AB ad DE et ad DH. Itaque $DE = DH$.



Et DZ communis est. Itaque duo latera ED et DZ aequales sunt duobus lateribus DZ et DH[3]). Atqui angulus EDZ sumptus erat angulo ZDH aequalis. Itaque basis EZ aequalis est basi ZH, triangulus EDZ aequalis est triangulo DHZ, anguli, sub quibus latera correspondentia subtendunt, aequales sunt per demonstrationem 5 libri sexti. Itaque angulus EDZ angulo ZDH, angulus EZD angulo DZH, angulus DHZ angulo DEZ

[1]) „per demonstrationem 23 libri primi" in margine.

[2]) „per demonstrationem 26 libri primi" in margine.

[3]) „DZ et ZH" in textu.

زاوية باج وزاوية دزح عملت مثل زاوية اجب وحصلت زاوية دحز[1]
مساويةً لزاوية ابج فزوايا مثلث ابج اذًا مساوية لزوايا مثلث دهز زاوية
ابج مثل زاوية دهز وزاوية اجب مثل زاوية دزه وقد كان في الموضوع انّ
زاوية باج مثل زاوية هدز فقد تبين انّ كل مُثلثين تكون زاوية من احدهما
مساويةً لزاوية من الآخر وتتناسب الاضلاع المُحيطة بالزاويتين المتناسبة[2]
فزواياهما متساوية كل زاوية لنظيرتها وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل السابع من المقالة السادسة

اذا تساوت زاويتان من مثلثين و تناسبت اضلاع زاويتين اخريين منهما
وكل[3] واحدة من الزاويتين الباقيتين منهما اصغر او غير اصغر من قايمة
فانّ زواياهما النظاير متساوية مثاله انّ زاويتي باج هدز من مثلثي ابج
دهز متساويتان والاضلاع المحيطة بزاويتى ابج دهز متناسبة نسبة اب الي
ده كنسبة بج الي هز وكل زاوية من بجا هزد اصغر او غير اصغر من
قايمة فنقول ان الزاويتين الباقيتين من مثلث ابج مساويتان للزاويتين
الباقيتين من مثلث[4] دهز اعنى انّ زاوية ابج مساوية لزاوية دهز وزاوية
اجب مساوية لزاوية دزه برهانه انّا نزل اوّلاً انّ كل واحدة من زاويتى

1) Codex praebet دزح.
2) Codex praebet التناسبتين.
3) Inter كل et واحدة codex praebet شكل.
4) Codex praebet مثلثي.

aequalis est. Atqui angulus ZDH factus erat aequalis angulo BAG, angulus DZH angulo AGB, quod dat angulum DHZ[1]) aequalem angulo ABG. Itaque anguli trianguli ABG aequales sunt angulis trianguli DEZ, angulus ABG angulo DEZ, angulus AGB angulo DZE, angulus BAG angulo EDZ; quod datum erat. Ergo demonstratum est omnes triangulos, qui angulum unius angulo alterius aequalem et latera correspondentia hos duos angulos comprehendentia proportionalia habeant, angulos suos, sibi correspondenti quemque, aequales habere. Quod erat demonstrandum.

Propositio VII libri sexti.

Si duo trianguli duos angulos aequales inter se et latera duos alios angulos comprehendentia proportionalia et reliquos duos angulos[2]) simul minores aut non minores recto habent, anguli correspondentes aequales sunt.

Exemplificatio. Sint duo anguli BAG et EDZ duorum triangulorum ABG et DEZ aequales, latera duos angulos AGB et DEZ comprehendentia proportionalia, ita ut sit $AB:DE = BG:EZ$, uterque angulus BGA et EZD minor aut non minor recto. Dico[3]) igitur reliquos angulos trianguli ABG aequales esse reliquis angulis trianguli DEZ, i. e. angulum ABG angulo DEZ, angulum AGB angulo DZE aequalem esse.

Demonstratio. Primum sit uterque angulus BGA et EZD non[4]) minor recto. Dico[3]) igitur angulum GBA aequalem esse angulo DEZ.

Si fieri potest, ut non sit ita, sit [angulus GBA] maior angulo DEZ, et faciamus ad punctum B in linea AB angulum ABH

---

1) „DZH" in textu.

2) Legitur in codice وكل شكل واحدة من الزاويتين الباقيتين. Sine dubio corruptum est شكل, per dittographiam, ut uidetur, ac deleri oportebat.

3) مقول in textu.

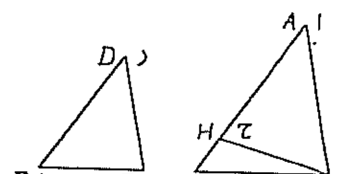
4) „non" supra uersum.

بجا هزد ليست[1] اصغر من قايمة فنقول انّ زاوية جبا مثل زاوية دهز
فان امكن الّا تكون كذلك فنعمل على انها اعظم من زاوية دهز ونعمل على
نقطة ب من خط اب زاوية ابح مساوية لزاوية دهز [2]ببرهان ٢٣ من ١[2]
وكان الموضوع انّ زاوية باح مساوية لزاوية هدز فتبقى زاوية بحا مساوية
لزاوية هزد [3]ببرهان ٢٦ من ١[3] فزوايا مثلث ابح مساوية لزوايا مثلث
هدز والاضلاع التي توتر الزوايا المتساوية متناسبة ببرهان ٤ من ٦ فنسبة اب
الي هد كنسبة بح الي هز وكان الموضوع ان نسبة اب الي ده كنسبة بج
الي هز فاذا اسقطنا الواسطة | كما بين ببرهان ١١ من ٥ بقيت نسبة بح 72 r.
وبج الي هز نسبةً واحدةً والمقاديرُ التي نسبتها الي مقدار واحد نسبة واحدة
فانها متساوية [4]ببرهان ٩ من ٥[4] فضلع بح مساو لضلع بج فزاوية بحج
مساوية لزاوية بجح[5] لكن الموضوع انّ زاوية بجح ليست باصغر من
قايمة فزاوية بحج ايضا ليست باصغر من قايمة فمجموع زاويتى بجح
بحج ليس باصغر من قايمتين [6]وزيدُ زاوية جبح فتصير زوايا مثلث جبح
الثلاث اعظم من قايمتين[6] هذا محال غير ممكن ببرهان ١٧ من ١ فقد تبين
انه غير ممكن ان تكون زاوية ابج اعظم من زاوية دهز فنقول ولا ممكن ان
تكون اصغر منها لانّه اذا جعلت زاوية ابج اصغر من زاوية دهز كانت زاوية
دهز اعظم من زاوية ابج فيتسق البرهانُ كما اتسق في زاوية ابج لمّا

---

1) ليست supra uersum. 2)—2) in margine.
3)—3) in margine.
4)—4) in margine.
5) ببرهان ٥ من ١ (deest in codice).
6)—6) cf. p. 110, adn. 5.

aequalem angulo DEZ per propositionem 23 libri primi.[1]) Atqui angulus BAH datus est aequalis angulo EDZ, atque ea de causa reliquus angulus BHA aequalis est reliquo angulo EZD, per propositionem 26 libri primi[2]). Itaque anguli trianguli ABH aequales sunt angulis trianguli EDZ, et latera, quae sub angulis aequalibus subtendunt, correspondentia sunt, per propositionem 4 libri sexti. Itaque $AB:ED = BH:EZ$. Atqui datum est $AB:DE = BG:EZ$. Itaque si tollimus medium terminum, ut demonstratum est in propositione 11 libri quinti, BH et BG simul eandem rationem habent ad EZ. Et magnitudines, quae ad eandem magnitudinem eandem rationem habent, aequales sunt, per propositionem 9 libri quinti[3]). Itaque latus BH aequale est lateri BG. Itaque angulus BHG aequalis est angulo BGH[4]). Atqui datum est angulum BGH non minorem esse recto. Itaque etiam angulus BHG non minor est recto. Itaque summa duorum angulorum BGH et BHG non minor est duobus rectis; et si addimus angulum GBH, anguli tres trianguli GBH coniuncti maiores sunt duobus rectis[5]), quod absurdum est nec fieri potest, per propositionem 17 libri primi. Itaque perspicuum est fieri non posse, ut angulus ABG maior sit angulo DEZ. 72 r.



Dicimus etiam non posse minorem eo esse. Nam si facimus angulum ABG minorem angulo DEZ, tum angulus DEZ maior est angulo ABG, et demonstratio prorsus eadem est, quae fuit, cum angulus ABG positus erat maior angulo DEZ.

---

[1]) „per propositionem 23 libri primi" in margine.

[2]) „per propositionem 26 libri primi" in margine.

[3]) „per propositionem 9 libri quinti" in margine.

[4]) Per propositionem 5 libri primi; quod datum non est.

[5]) Uerba „et si addimus... duobus rectis" textui addita esse uidentur. Non inueniuntur apud Euclidem, et propositio, quae postea adfertur, 17 libri primi, demonstrat summam quorumlibet duorum angulorum trianguli minorem esse duobus rectis.

وُضعت اعظم من زاوية دهز فنعمل الآن على انّ زاويتى اجب دزه كل واحدة منهما اصغر من قايمة فنبين كما بيّن ان زاوية ابج مساوية لزاوية دهز فان امكن الّا تكون فلننزل انّ زاوية ابج اعظم ونعمل كما عملنا زاوية ابح مساويةً لزاوية دهز وكان الموضوع انّ زاوية هدز مساوية لزاوية باح فتبقى زاوية احب مثل زاوية دزه فزوايا مثلّث ابح مساوية لزوايا مثلث هدز فالاضلاع التي توتّر الزوايا المتساويّة متناسبة وكما بيّنا نبين انّ ضلع بح مثل ضلع بج وزاوية بجح مساوية لزاوية بحج لكن زاوية بجح اصغر من قايمة فزاوية بحج اصغر من قايمة فتبقى زاوية بحا اعظم من قايمة لكن زاوية بحا قد تبين انها مساوية هزد والموضوع انّ زاوية هزد اصغر من قايمة فزاوية بحا هي ايضًا اصغر من قايمة وهي ايضا اعظم من قايمة هذا محال غير ممكن فليست اذًا زاوية ابج باعظمَ من زاوية دهز ولا اصغر منها فهما اذًا متساويتان والموضوع انّ زاوية باج مساوية لزاوية هدز فتبقى زاوية اجب مساوية لزاوية هزد فزوايا مثلث ابج مساوية لزوايا مثلث دهز فقد تبيّن ان كل مثلّثين تساوي زاوية من احدهما زاويةً من الآخر وتتناسَبُ الاضلاع المحيطة بزاويتين أخريين منهما وتكون كل واحدة من الزاويتين الباقيتين منهما اصغر او غير اصغر من قايمة فانّ زواياهما النظاير متساويّة وذلك ما اردنا ان نبيّن .·.

قال النريزي انما قال انّ زاويتى ج ز ([1]امّا اعظم[1] وامّا اصغر من قايمة لانّهما متى كانت كل واحدة منها قايمة وزاويتا ا د متساويتان فزاويتا ب ه ايضا متساويتان .·.

Sit nunc uterque angulus AGB et DZE minor recto. Tum demonstramus ut antea angulum ABG aequalem esse angulo DEZ. Nam si fieri potest, ut non sit ita, sit maior angulus ABG, et fiat ut antea angulus ABH aequalis angulo DEZ. Atqui angulus EDZ datus est aequalis angulo BAH. Itaque reliquus angulus AHB aequalis est reliquo angulo DZE. Itaque anguli trianguli ABH aequales sunt angulis trianguli EDZ, et latera, quae sub aequalibus angulis subtendunt, correspondentia sunt, et demonstramus ut antea latus BH aequale esse lateri BG et angulum BGH aequalem angulo BHG. Atqui angulus BGH minor est recto. Itaque angulus BHG minor est recto. Itaque reliquus angulus BHA maior est recto. Atqui angulus BHA demonstratus est aequalis esse angulo EZD, et angulus EZD positus est minor esse recto. Itaque etiam angulus BHA minor est recto. At est etiam maior recto; quod absurdum est nec fieri potest[2]). Itaque angulus ABG non maior est angulo DEZ nec minor eo. Itaque aequales sunt. Et angulus BAG datus est aequalis angulo EDZ. Itaque reliquus angulus AGB aequalis est reliquo angulo EZD. Itaque anguli trianguli ABG aequales sunt angulis trianguli DEZ, et demonstratum est, si duo trianguli angulum alterius aequalem angulo alterius et latera duos alios angulos comprehendentia proportionalia et utrumque reliquum angulum minorem aut non minorem recto habeant, angulos correspondentes aequales esse. Quod erat demonstrandum.

Al-Narîzî dixit: Dicit [Euclides] duos angulos ad G et ad Z aut minores aut non minores esse recto, tantum quia, si uterque rectus esset, et anguli ad A et ad D aequales essent, etiam anguli ad B et ad E aequales essent.

---

[1])—[1]) in margine.

[2]) In margine ث، فزاوية دزه اعظم من قائمة وقد كانت اصغر هذا خلف, i. e. Itaque angulus DZE maior est recto atque etiam minor, quod sibi ipsi repugnat.

الشكل الثامن من المقالة السادسة

كل زاوية قائمة في مثلث يُخرَجُ منها عَمودٌ الي القاعدة فمن جنبتي العمود مثلثان متشابهان ويشبهان المثلث الاعظم مثاله انّ زاوية باج قائمة وقد اُخرج منها عمودُ اد الي قاعدة بج فاقول ان مثلثي ادب ادج متشابهان ويشبهان المثلث الاعظم برهانه انّ زاويتي باج ادب قائمتان من مثلثي ابج ابد ونجعل زاوية ابج مشتركة لهما فتبقى زاوية اجب من المثلث الاعظم مثل زاوية باد من المثلث الاصغر وذلك ببرهان ٢٦ من ١ فزوايا مثلث ابج مساوية لزوايا مثلث ابد والاضلاع التي توتر الزوايا المتساوية متناسبة ببرهان ٤ من ٦ فنسبة بج الي با كنسبة اب الي بد وكنسبة اج الي اد فقد ساوت زوايا مثلث ابج الاعظم لزوايا مثلث اجد الاصغر وتناسبت الاضلاع الموترة للزوايا المتساوية فمثلث ابج الاعظم يشبهُ مثلث ادج الاصغر واقول ايضا ان مثلثي ابد ادج متشابهان برهانه انّ زاويتي ادب ادج قائمتان وقد تبين انّ زاوية باد مساوية لزاوية اجب فتبقى زاوية ابد[1] مثل زاوية داج فزوايا مثلثي ابد ادج متساوية فنسبة اب من مثلث ابد الي اج من مثلث ادج كنسبة بد من مثلث ابد الي اد من مثلث اجد وكنسبة اد

---

[1]) Codex praebet ابج, ut uidetur.

[2]) Textus praebet: „*AGD*".

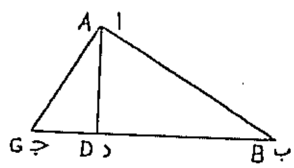
[3]) Textus praebet: „minori *ADG*"; at requiritur sine dubio *ABD*. Uidetur librarius omisisse quaedam: „[similis est minori] *ABD*. Et eodem modo demonstrare possumus angulos maioris trianguli *ABG* aequales esse angulis minoris *ADG* et latera, quae sub aequalibus angulis

Propositio VIII libri sexti.

Si in triangulo a recto angulo ad basim perpendicularis ducitur, trianguli, qui ab utraque parte perpendicularis sunt, similes sunt inter se et maiori triangulo.

Exemplificatio. Sit angulus BAG rectus, et ducatur ab eo ad basim BG perpendicularis AD. Dico igitur triangulos ADB et ADG similes esse inter se et maiori triangulo [i. e. ABG].

Demonstratio. Duo anguli BAG et ADB recti sunt triangulorum ABG et ABD, et per constructionem angulus ABG communis est utrique. Itaque angulus AGB maioris trianguli aequalis est angulo BAD minoris, per propositionem 26 libri primi. Itaque anguli trianguli ABG aequales sunt angulis trianguli ABD, et latera, quae sub aequalibus angulis subtendunt, correspondentia sunt, per propositionem 4 libri sexti. Itaque $BG:BA = AB:BD = AG:AD$. Itaque anguli maioris trianguli ABG aequales sunt angulis minoris trianguli ABD[2]), et latera, quae sub aequalibus angulis subtendunt, correspondentia sunt. Itaque maior triangulus ABG similis est minori ABD[3]).



Dico etiam triangulos ABD et ADG similes esse inter se.

Demonstratio. Duo anguli ADB et ADG recti sunt, et demonstratum est angulum BAD aequalem esse angulo AGB[4]). Itaque reliquus angulus ABD aequalis est reliquo angulo DAG. Itaque anguli duorum triangulorum ABD et ADG aequales sunt inter se. Itaque AB trianguli ABD est ad AG trianguli ADG ut BD trianguli ABD ad AD trianguli AGD et ut AD trianguli ABD ad GD trianguli ADG. Itaque anguli duorum triangulorum ABD et ADG aequales sunt inter se, et latera, quae sub aequali-

subtendant, correspondentia esse. Itaque maior triangulus ABG similis est minori ADG".

[4]) In margine ث وزاوية (textus: وازئت) داج مساوية لزاوية ابج فتبقى باد مثل اجد, i. e. „et angulus DAG aequalis est angulo ABG. Itaque angulus BAD aequalis est angulo AGD".

من مثلث اب د الي جد من مثلث ادج فمثلثا اب د ادج قد تساوت زواياهما وتناسبت الاضلاع الموترة للزوايا المتساوية فمثلث اب د يشبهُ مثلث اجد وقد بيّنا ان كل واحد منهما يشبهُ المثلثَ الاعظم وذلك ما اردنا ان تبين ∴

الشكل التاسع من المقالة السادسة 72 u.

نريد ان نبيّن كيف نجدُ خطًا وسطًا بين خطين معلومين تتوالى الخطوط الثلثة علي نسبة واحدة فنجعل الخطين المعلومين اب بج ونريد ان نجد بينهما خطا مناسبًا لهما فنصل الخطين ونجعلهما لخط واحد مستقيم يلتقيان علي نقطة ب وهذا الاتصال[1] قد بيّن الاشكال المضافة الي ٢ من ١ ونخط علي اج نصف دايرة كما بيّن ببرهان ٢٤ من ٣ وليكن نصف دايرة ادج ونقيم علي نقطة ب عمود بد ببرهان ١١ من ١ ونخرج خطى اد جد فلان مثلث ادج في نصف دايرة فانّ زاوية ادج قايمة ببرهان ٣٠ من ٣ وقد خرج من الزاوية القايمة عمود دب فمن جنبتى العمود مثلثان متشابهان ببرهان ٨ من ٦ وهما مثلثا ادب جبد فزاوية ابد مثل زاوية جبد وزاوية باد مثل زاوية بدج وزاوية بدا مثل زاوية بجد والاوتارُ التي توتر الزوايا المتساوية

---

1) Codex praebet: — الاتصا قد بيّن.

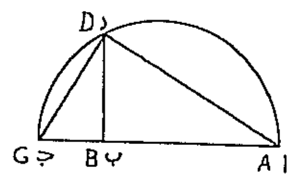
2) قال ثابت بن قره وجدنا هاهنا فى بعض النسخ كلامًا لم نجدهُ فى النسخ اليونانية وهو ومن هنالك استبان انّ كل مثلث قايم الزاوية يخرج من زاويته القايمة عمود الى القاعدة فان العمود مناسب لقسمى القاعدة فيما بينهما وكل واحدة من ضلعى المثلث مناسبة لكل القاعدة ولكل واحدٍ من قسميها, i. e. „Tābit ibn Qurrah dicit: Inuenimus hic in

bus angulis subtendunt, correspondentia sunt. Ergo triangulus *ABD* similis est triangulo *AGD*. Et demonstrauimus utrumque similem esse maiori triangulo. Quod erat demonstrandum[2]).

Propositio IX [= XIII apud Euclidem] libri sexti. 72 u.

Monstrare cupimus, quomodo inueniatur linea media inter duas lineas datas talis, ut tres lineae alia aliam in eadem ratione subsequantur.

Sint *AB* et *BG* duae lineae datae. Inuenire cupimus mediam proportionalem inter eas. Coniungantur duae lineae et efficiant unam lineam rectam occurrentes in puncto *B*, ut monstratum est in propositionibus additis propositioni 2 libri primi[3]). Describatur supra *AG* semicirculus, ut monstratum est in propositione 24 libri tertii.



Sit *ADG* semicirculus, et erigatur in puncto *B* perpendicularis *BD*, per propositionem 11 libri primi. Ducantur duae lineae *AD* et *GD*. Tum quoniam triangulus *ADG* in semicirculo est, ea de causa angulus *ADG* rectus est, per propositionem 30 [= 31 apud Euclidem] libri tertii. Atqui ducta erat ab angulo recto perpendicularis *DB*. Itaque duo trianguli *ADB* et *GBD* ab utraque parte perpendicularis similes sunt inter se, per propositionem 8 libri sexti. Itaque angulus *ABD* aequalis est angulo *GBD*, angulus *BAD* angulo *BDG*, angulus *BDA* angulo *BGD*, et latera, quae sub angulis aequalibus subtendunt, correspondentia sunt. Itaque *AB* trianguli *ABD* est ad *BD* trianguli *BDG* ut *BD* trianguli *ABD* ad *BG* trianguli *BDG*.

quibusdam codicibus haec, quae in Graecis codicibus non inuenimus: „Atque hinc elucet, si ab angulo recto trianguli rectanguli ad basim perpendicularis ducatur, perpendicularem mediam proportionalem esse inter duas basis partes, et utrumque latus trianguli medium proportionale esse inter basim et unam e duabus eius partibus".“

[3]) Uid. uol. I prop. 2 libri primi.

متناسبة فنسبة اب من مثلث ابد الي بد من مثلث بدح كنسبة بد من مثلث ابد الي بج من مثلث بدج فقد اصبنا خط بد وسطا بين خطى اب بج توالت الثلثة علي نسبة واحدة وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل العاشر من المقالة السادسة

نريد ان نبين كيف نجد خطا ثالثا تاليا لخطين وتتوالى متناسبة فنجعل الخطين اب بج ونصل احدهما بالآخر اتصالاً يحدث منها زاوية كما ذلك في هذه الصورة وليكن التقاؤهما علي نقطة ب ونخرج با علي الاستقامة الي نقطة ه وليكن ها مثل بج كما بين ببرهان ٢ من ١ ونصل خط جا ونخرج خط هد يوازي جا ونخرج بج يلقي هد ونعمل على انه لقيه علي نقطة د فمن اجل ان مثلث هبد قد وصل بين ضلعيه بخط جا يوازي القاعدة فبما بين ببرهان ٢ من ٦ تكون نسبة با الي اه كنسبة بج الي جد وقد فرضنا اه مثل بج فنسبة با الي بج كنسبة بج الي جد فقد وجدنا خط جد ثالثا وتاليا لخطى اب بج علي نسبتها وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل الحادي عشر من المقالة السادسة

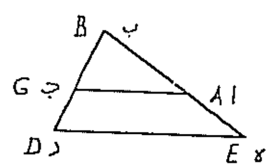
نريد ان نبين كيف نجد خطا رابعا تاليا لثلثة خطوط وتتوالي متناسبة فنجعل الخطوط الثلثة ابج ونريد ان نجد لها خطا رابعا تتوالي متناسبة فنصل خطى ا ب ونجعلها لخط واحد وهو دحه وليكن دح مثل ا وحه

Ergo inuenimus lineam BD mediam inter duas lineas AB et BG ac talem, ut hae tres lineae alia aliam in eadem ratione subsequantur. Quod erat demonstrandum[1]).

Propositio X [= XI apud Euclidem] libri sexti.

Cupimus monstrare, quomodo inueniatur tertia linea, quae duas lineas subsequatur, ita ut alia aliam proportionaliter subsequatur.

Sint AB et BG duae lineae, et coniungatur altera alteri, ita ut efficiatur angulus in data figura, et occurrant in puncto B. Producatur BA in lineam rectam ad punctum E, et sit AE aequalis [lineae] BG, ut monstratum est in propositione 2 libri primi. Coniungatur GA, et ducatur linea ED [lineae] GA parallela, et producatur BG, ut occurrat [lineae] ED in puncto D.



Tum quoniam duo latera trianguli EBD coniuncta sunt per lineam basi parallelam, ea de causa secundum ea, quae demonstrata sunt in propositione 2 libri sexti, $BA:AE = BG:GD$. Atqui fecimus $AE = BG$. Itaque $BA:BG = BG:GD$. Ergo inuenimus tertiam lineam GD, quae subsequatur duas lineas AB et BG secundum earum rationem. Quod erat demonstrandum[1]).

Propositio XI [= XII apud Euclidem] libri sexti.

Cupimus monstrare, quomodo inueniatur quarta linea, quae tres lineas subsequatur, ita ut alia aliam proportionaliter subsequatur.

Sint A, B, G tres lineae. Cupimus inuenire quartam praeter eas, ita ut alia aliam proportionaliter subsequatur.

---

[1]) Exspectari poterat hic ad finem problematis clausula „Quod erat faciendum". At in libro quidem sexto scriptor utitur clausula „Quod erat demonstrandum", non solum ubi agitur de theorematis, sed etiam ubi de problematis agitur, excepto solo problemate propositionis 20.

مثل ب ونصل بنقطة د خطا مساويا لخط ج يحيط مع خط ەد بزاوية وليكن خط دط ونصل خط حط ونخرج ەز موازيا لخط حط ونخرج دط[1] يلقى ەز علي نقطة ز فبما قدّمنا من برهان ٢ من ٦ تكون نسبة دح الي حە كنسبة دط الي طز وقد فرضنا دح مساويا لخط ا وحە مساويا لخط ب ودط مساويا لخط ج فقد وجدنا خطا رابعا وهو طز قد توالي مع خطوط ا ب ج علي نسبة واحدة وذلك ما اردنا ان نبين ∴

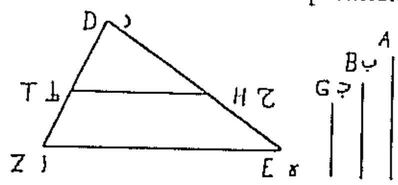
الشكل الثاني عشر من المقالة السادسة

نريد ان نبين كيف نفصل من خط معلوم اىّ جزء شينا فنجعل الخط المعلوم اب والجزء الذي نريد ان نفصل منه الثلث فنصل بنقطة ا خطا باىّ بعد شينا وليحيط مع خط اب بزاوية فليكن خط اج ونقسم خط اج بثلثة اقسام متساوية كما بين ببرهان الشكل المضاف الي ٣١ من ١ فنعمل علي انا قسمناه على نقطتى د ە فاد ثلث اج ونصل بج ونخرج دز يوازي القاعدة التى هي بج فبما بين ببرهان ٢ من ٦ تكون نسبة جد الي دا كنسبة بز الي زا لكن جد | ضعف دا فبز ضعف زا فجميع با ثلثة اضعاف از فاز ثلث اب 73 r.
فقد فصلنا من خط اب خط از وهو الجزء الذي اردنا وهو الثلث وذلك ما اردنا ان نبين ∴

---

[1]) Codex praebet دطز

Coniungantur duae lineae A et B et fiant una recta linea, quae sit DHE, et sit $DH = A$ et $HE = B$. Occurrat ei linea DT, quae aequalis sit lineae G, in puncto D et efficiat angulum cum linea ED. Coniungatur HT, et ducatur EZ lineae HT parallela, et producatur DT, ut occurrat lineae EZ in puncto Z. Tum secundum propositionem antea allatam 2 libri sexti $DH : HE = DT : TZ$.

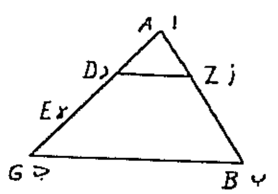


Atqui fecimus DH aequalem lineae A, HE aequalem lineae B, DT aequalem lineae G. Ergo inuenimus quartam lineam TZ, quae subsequitur lineas A, B, G in eadem ratione. Quod erat demonstrandum[1]).

Propositio XII [= IX apud Euclidem] libri sexti.

Cupimus monstrare, quomodo a data linea pars quaelibet abscidatur.

Sit AB linea data, et pars, quam abscidere cupimus, tertia. Occurrat illi ad punctum A linea cuiuslibet longitudinis, quae efficiat angulum cum linea AB. Sit haec linea AG, et diuidatur linea AG in tres partes aequales, ut monstratum est in demonstratione propositionis additae propositioni 31 libri primi, ad duo puncta D et E. Tum AD tertia est pars lineae AG. Coniungatur BG, et ducatur DZ basi BG parallela.



Tum secundum ea, quae monstrata sunt in propositione 2 libri sexti, $GD:DA = BZ:ZA$. Atqui GD duplex est 73 r
[lineae] DA. Itaque BZ duplex est [lineae] ZA. Itaque tota BA triplex est [lineae] AZ. Ergo AZ tertia pars est [lineae] AB, et abscidimus a linea AB lineam AZ, quae pars est requisita, tertia. Quod erat demonstrandum[1]).

---

[1]) Uid. p. 127.

الشكل الثالث عشر من المقالة السادسة

نريد ان نبين كيف نقسم خطا معلوما كقسمة خط آخر معلوم بمثل اقسامه فليكن الخطان اب اج ونعمل علي ان الخط المقسوم اج علي نقطتي د ه كيف كانت القسمة امّا متساوية وامّا مختلفة ونريد ان نبين كيف نقسم خط اب كقسمة خط اج بمثل اقسامه المتساوية او المختلفة وسبيل هذين الخطّين ان يكون لهما وضع ما فننقلهما عن وضعهما حتى يتصلا علي نقطة واحدة كما اتصلا في هذه الصورة علي نقطة ا ويحيطا بزاوية باج ونصل بج ونخرج من نقطتي د ه خطي دز هح يوازيان جب[1] ببرهان ٣١ من ١ [1] ونخرج من نقطة د خط دك يوازي اب فسطحا زط حك[2] متوازيا الاضلاع فالخطوط المتقابلة متساوية ببرهان ٣٤ من ١ فخط زح مثل دط وحب مثل طك وايضا فان في مثلث كدج قد وصل بين ضلعي كد دج بخط هط يوازي قاعدة كج فنسبة كط الي طد كنسبة جه الي هد[3] ببرهان ٢ من ٦[3] وكط مثل بح وطد مثل حز فنسبة جه الي هد كنسبة بح الي حز وايضا في مثلث احه خط دز قد وصل بين ضلعيه يوازي القاعدة فنسبة هد الي دا كنسبة حز الي زا وقد كانت نسبة جه الي هد كنسبة بح الي حز فقد قسم خط اب باقسام خط اج اذ قد قسم علي تلك النسبة وذلك ما اردنا ان نبين ∴

---

[1])—[1]) in margine.

[2]) Codex praebet زك حط.

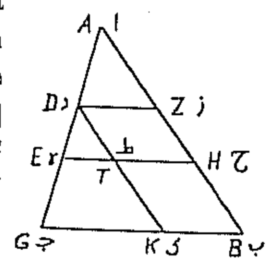
[3])—[3]) in margine.

Propositio XIII [= X apud Euclidem] libri sexti.

Cupimus monstrare, quomodo data linea alii lineae datae diuisae congruenter diuidatur.

Sint AB et AG duae lineae, et sit AG diuisa in punctis D et E, in partes pares aut impares. Cupimus monstrare, quomodo diuidatur linea AB congruenter lineae AG, in partes pares aut impares.

Duae lineae natura habent aliquam positionem. Remoueantur igitur ab hac positione, donec occurrant in puncto A, ut in figura, et comprehendant angulum BAG. Coniungatur BG, et ducantur a punctis D et E duae lineae DZ et EH [lineae] BG parallelae, per propositionem 31 libri primi[1]), et ducatur a puncto D linea DK [lineae] AB parallela. Tum duae figurae planae ZT et HK[2]) parallelogramma sunt. Itaque latera opposita aequalia sunt, per propositionem 34 libri primi. Itaque latus ZH aequale est lateri DT, et HB aequale est [lateri] TK. Rursus quoniam in triangulo KDG duo latera KD et DG per lineam ET basi KG parallelam coniuncta sunt, ea de causa $KT:TD = GE:ED$, per propositionem 2 libri sexti[3]). Atqui $KT = BH$ et $TD = HZ$. Itaque $GE:ED = BH:HZ$. Rursus in triangulo AHE linea DZ duo latera coniungit et basi parallela est. Itaque $ED:DA = HZ:ZA$. Atqui $GE:ED = BH:HZ$. Ergo linea AB diuisa est in partes lineae AG, quoniam secundum illam rationem diuisa est. Quod erat demonstrandum[4]).



---

1) „per propositionem 31 libri primi“ in margine.

2) „ZK et HT“ in textu.

3) „per propositionem 2 libri sexti“ in margine.

4) Uid. p. 127.

الشكل الرابع عشر من المقالة السادسة

كل سطحين متوازيى الاضلاع متساويين تساوي زاوية من احدهما زاوية
من السطح الاخر فان الاضلاع المحيطة بالزاويتين المتساويتين متكافية واذا كانت
الاضلاع المحيطة بالزاويتين متكافية فان السطحين متساويان مثاله ان اضلاع
سطحى اج جز متوازية وهما متساويان وزاويتا بجد هجح متساويتان فاقول
ان الاضلاع المحيطة بزاويتى بجد هجح متكافية اعنى ان نسبة بج الي جه
كنسبة حج الي جد برهانه انا نصل خط بج بخط جه حتى تصيرا واحدًا
كخط به ونتمم سطح ده[1] ببرهان ٤٥ من ١[1] فلان سطح اج مثل
سطح جز فنسبتهما الي سطح ده واحدة ببرهان ٧ من ٥ لكن نسبة سطح
اج الي سطح ده[2] كنسبة قاعدة بج الي قاعدة جه ببرهان ١ من ٦ وكذلك
نسبة سطح حه الي سطح هد كنسبة قاعدة حج الي قاعدة جد فاذا رفعنا
الوسايط كما بين ببرهان ١١ من ٥ بقيت نسبة ضلع بج الي ضلع جه
كنسبة ضلع حج الي ضلع جد وذلك ما اردنا ان نبين ∴
وايضا اقول انه متى كان السطحان متوازيى الاضلاع وزاويتا ج منهما
متساويتان ونسبة ضلع بج الي ضلع جه كنسبة ضلع حج الي ضلع جد فان
سطح اج مساو لسطح جز برهانه ان نسبة قاعدة بج من سطح اج الي
قاعدة جه من سطح ده كنسبة متوازي اج الي متوازي ده وكذلك نسبة

---

[1]—[1]) in margine.

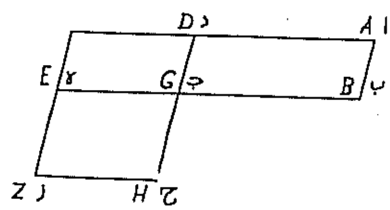
[2]) Codex praebet دج.

Propositio XIV libri sexti.

In parallelogrammis aequalibus, quae angulum unius aequalem habent angulo alterius, latera duos angulos aequales comprehendentia in contraria proportione sunt; et si latera duos angulos aequales comprehendentia in contraria proportione sunt, parallelogramma aequalia sunt.

Exemplificatio. Sint latera duarum figurarum planarum AG et GZ parallela et aequalia, et duo anguli BGD et EGH aequales. Dico igitur latera duos angulos BGD et EGH in contraria proportione esse, i. e. $BG:EG = HG:GD$.

Demonstratio. Coniungatur linea BG lineae GE, et fiat ex iis una linea [recta], et expleatur parallelogrammum[1]) ED, per propositionem 45 libri primi[2]).



Tum quoniam parallelogrammum AG aequale est parallelogrammo GZ, ea de causa ratio eorum ad parallelogrammum DE eadem est, per propositionem 7 libri quinti. Atqui parallelogrammum AG est ad parallelogrammum DE ut basis BG ad basim GE, per propositionem 1 libri sexti; et parallelogrammum HE est ad parallelogrammum ED ut basis HG ad basim GD. Itaque si tollimus medios terminos, ut demonstratum est in propositione 11 libri quinti, latus BG est ad latus GE ut latus HG ad latus GD. Quod erat demonstrandum.

Dico etiam, si duae figurae planae parallelogramma sint, et duo anguli ad G aequales sint, et latus BG sit ad latus GE ut latus HG ad latus GD, parallelogrammum AG aequale esse parallelogrammo GZ.

Demonstratio. Basis BG parallelogrammi AG est ad basim GE parallelogrammi DE ut parallelogrammum AG ad parallelo-

---

[1]) Uocabulo سطح, quod „figurae planae" uim habere solet, in hac propositione aliquoties scriptor utitur pro „parallelogrammo".

[2]) „per propositionem 45 libri primi" in margine.

قاعدة دج من متوازي ده الي قاعدة جح من متوازي حه كنسبة متوازي ده الي متوازي حه فاذا طرحنا الوسايط بقيت نسبة متوازي اج الي متوازي ده كنسبة متوازي حه الي متوازي ده والمقادير التى نسبتها الي مقدار واحد نسبة واحدة فان المقادير متساوية فتوازي اج اذًا[1] مساو لمتوازي جز وذلك ما اردنا ان نبين ∴

73 u. الشكل الخامس عشر من المقالة السادسة

كل مثلثين متساويين تساوي زاوية من احدهما زاويةً من المثلث الآخر فانّ الاضلاع المُحيطة بالزاويتين المتساويتين مُتكافية واذا كانت الاضلاع المُحيطة بالزاويتين المتساويتين متكافيةً فان المثلثين متساويان مثاله ان مثلثى ابج دجه متساويان وزاويتى اجب دجه متساويتان فاقول ان نسبة ضلع بج الي ضلع جد كنسبة ضلع هج الي ضلع جا برهانه انّ زاوية اجب اذا كانت مساويةً لزاوية دجه فانّ بحُكم بُرهان ١٥ من ١ متى وصلنا خط اج بخط جه وخط بج بخط جد اتّصلت وصار خطا اه بد مستقيمَين ونصل بين نُقطتى ا د فمن اجل ان مثلثى ابج دهج متساويَان فان نسبتهما الي مثلث اجد نسبة واحدة ([2]ببرهان ٧ من ٥[2]) ومن اجل انّ مثلثى ابج اجد علي قاعدتى بج جد وارتفاعهما علي نقطة ا فببرهان ١ من ٦ تكون نسبة قاعدة بج الي قاعدة جد كنسبة مثلث ابج الي مثلث اجد وبمثل هذا البرهان

---

[1]) Fortasse اذن.

[2])—[2]) in margine.

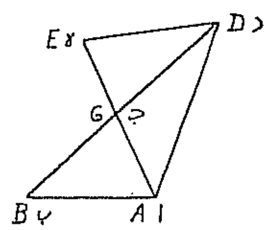
grammum ED; et basis DG parallelogrammi DE est ad basim GH parallelogrammi EH ut parallelogrammum DE ad parallelogrammum HE; et si tollimus medios terminos, parallelogrammum AG est ad parallelogrammum DE ut parallelogrammum HE ad parallelogrammum DE. Et magnitudines, quae ad eandem magnitudinem eandem rationem habent, aequales sunt. Ergo parallelogrammum AG aequale est parallelogrammo GZ. Quod erat demonstrandum.

Propositio XV libri sexti. 73 u.

In triangulis aequalibus, qui angulum unius aequalem habent angulo alterius, latera duos angulos aequales comprehendentia in contraria proportione sunt; et si latera duos angulos aequales comprehendentia in contraria proportione sunt, duo trianguli aequales sunt.

Exemplificatio. Sint duo trianguli ABG et DGE aequales, atque etiam duo anguli AGB et DGE aequales. Dico igitur latus BG esse ad latus GD ut latus EG ad latus GA.

Demonstratio. Quoniam angulus AGB aequalis est angulo DGE, ea de causa, per propositionem 15 [= 14 apud Euclidem] libri primi, si coniungetur linea AG lineae GE et linea BG lineae GD, duas lineas rectas efficient AE et BD. Coniungatur AD. Tum quoniam duo trianguli ABG et DEG aequales sunt, ea de causa ad triangulum AGD eandem rationem habent, per propositionem 7 libri quinti[1]). Quoniam uero duo trianguli ABG et AGD supra bases BG et GD sunt, et altitudo eorum est ad punctum A, ea de causa per propositionem 1 libri sexti basis BG est ad basim GD ut triangulus ABG ad triangulum AGD. Et per eandem propositionem demonstrari potest basim EG esse ad basim GA ut



1) „per propositionem 7 libri quinti" in margine.

يتبين ان نسبة قاعدة ہج الي قاعدة جا كنسبة مثلث جده الي مثلث دجا لكن مثلث دجه مساو لمثلث اجب ونسبتها[1] الي مثلث ادج واحدة كما بيّنا فنسبة ضلع بج من مثلث ابج الي ضلع جد من مثلث جہد كنسبة ضلع جه من مثلث جہد الي ضلع جا من مثلث ابج وذلك ما اردنا ان نبين واقول ايضًا اذا كانت نسبة بج الي جد كنسبة ہج الي جا وزاويتا ج متساويتان فان مثلث ابج مساو لمثلث جہد برهانه ان نسبة بج الي جد كنسبة مثلث ابج الي مثلث اجد ونسبة ہج الي جا كنسبة مثلث جہد الي مثلث اجد فاذا اسقطنا الواسطة بقيت نسبة مثلث ابج الي مثلث اجد كنسبة مثلث جہد الي مثلث اجد والمقادير التي نسبتها الي مقدار واحد واحدة فهي متساوية كما بيّن ببرهان ٩ من ٥ فمثلث ابج مساو لمثلث جده وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل السادس عشر من المقالة السادسة

كل اربعة خطوط متناسبة فان القايم الزوايا الذي يحيط به الاوّل والرابع مساو للقايم الزوايا الذي يحيط به الثاني والثالث واذا كان القايم الزوايا الذي يحيط به الاوّل والرّابع مساويًا للقايم الزوايا الذي يحيط به الثاني والثالث فانّ الخطوط الاربعة متناسبة مثاله ان خطوط اب جد ہ ز متناسبة نسبة اب الي جد كنسبة ہ الي ز فاقول ان القايم الزوايا الذي يحيط به اب وز مساو للقايم الزوايا الذي يحيط به جد وہ برهانه انا نقيم علي نقطة ا خطا مساويًا لخط ز

[1]) Codex praebet ونسبتها.

triangulus GDE ad triangulum DGA. Atqui triangulus DGE aequalis est triangulo AGB et ad triangulum ADG eandem rationem habent, ut demonstrauimus. Ergo latus BG trianguli ABG est ad latus GD trianguli GED ut latus GE trianguli GED ad latus GA trianguli ABG. Quod erat demonstrandum.

Dico etiam, si sit $BG:GD = EG:GA$, et duo anguli ad G aequales sint, triangulum ABG aequalem esse triangulo GED.

Demonstratio. BG est ad GD ut triangulus ABG ad triangulum AGD. Et EG est ad GA ut triangulus GED ad triangulum AGD. Tum, si tollimus medium terminum, triangulus ABG est ad triangulum AGD ut triangulus GED ad triangulum AGD. Atqui magnitudines, quae ad eandem magnitudinem eandem rationem habent, aequales sunt, ut demonstratum est in propositione 9 libri quinti. Ergo triangulus ABG aequalis est triangulo GDE. Quod erat demonstrandum.

Propositio XVI libri sexti.

Si quattuor lineae [rectae] proportionales sunt, rectangulum prima et quarta comprehensum aequale est rectangulo secunda et tertia comprehenso; et si rectangulum prima et quarta comprehensum aequale est rectangulo secunda et tertia comprehenso, quattuor lineae proportionales sunt.

Exemplificatio. Sint quattuor lineae AB, GD, E, Z proportionales, ita ut sit $AB:GD = E:Z$. Dico igitur rectangulum AB et Z comprehensum aequale esse rectangulo GD et E comprehenso.

Demonstratio. Ducantur ad rectos angulos a puncto A linea aequalis lineae Z et a puncto G linea aequalis lineae E, et sint hae duae lineae AH et GT. Expleantur parallelogramma AK et GL.

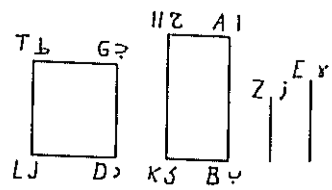
Tum quoniam $AB:GD = E:Z$ et $AH = Z$ et $GT = E$, ea de causa $AB:GD = GT:AH$. Itaque AK et GL parallelogramma rectangularia sunt, quorum latera angulos rectos comprehendentia in contraria proportione sunt, i. e. $AB:GD = GT:AH$.

وكذلك نُقيم علي نُقطة ج خطا مساويًا لخط ه وعلي زاويتين قايمتين وليكونا خطي اح جط ونُتمّم متوازيي اك جل فلان نسبة اب الي جد كنسبة ه الي ز واح مساوٍ لز وجط مساوٍ له تكون نسبة اب الي جد كنسبة جط الي اح فسطحا اك جل متوازيا الاضلاع قايمًا الزوايا والاضلاع التي تُحيط بالزوايا القايمة متكافية اعنى ان نسبة اب الي جد كنسبة جط الي اح فسطحا اك جل متساويان ببُرهان ١٤ من ٦ لكن سطح اك يُحيط به خطا اب ز وسطح جل يحيط به خطا جد ه فقد تبيّن ان كل اربعة خطوط مُتناسبة فان القايم الزوايا الذي يُحيط به الاوّل والرّابع مُساوٍ للقايم الزوايا الذي يُحيط[1] به الثاني والثالث وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ واقول ايضا اذا كان القايم الزوايا الذى يحيط به الاوّل والرابع مساويًا للقايم الزوايا الذي يُحيط به الثاني والثالث [2]فانّ الخطوط الاربعة متناسبة[2] بُرهانه انا نقيم اح وجط مساويين له وز فمن اجل انّ زوايا متوازي اك مساوية لزوايا | متوازي جل فببُرهان ١٤ 74 r.
من ٦ تكون الاضلاع التي تحيط الزوايا المتساوية متكافية اعنى ان نسبة اب الي جد كنسبة جط الي اح وجط مساوٍ له واح مساوٍ لز فنسبة اب الي جد كنسبة ه الي ز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السابع عشر من مقالة السادسة

اذا كانت ثلثة خطوط مُتناسبة فانّ القايم الزوايا الذي يُحيط[3] به الاوّل والثالث مساوٍ لمُربّع الخط الاوسط فاذا كانت ثلثة خطوط موضوعة يكون القايم الزوايا الذي يحيط به الاوّل والثالث مساويًا لمُربّع الخط الاوسط فان

Itaque rectangula AK et GL aequalia sunt, per propositionem 14 libri sexti. Atqui rectangulum AK comprehenditur lineis AB et Z, et rectangulum GL comprehenditur lineis GD et E. Ergo demonstrauimus, si quattuor lineae proportionales sint, rectangulum prima et quarta comprehensum aequale esse rectangulo secunda et tertia comprehenso. Quod erat demonstrandum.



Dico etiam, si rectangulum prima et quarta comprehensum aequale sit rectangulo secunda et tertia comprehenso, quattuor lineas proportionales esse[4]).

Demonstratio. Ducantur AH et GT aequales [lineis] E et Z. Tum quoniam anguli parallelogrammi AK aequales sunt angulis parallelogrammi GL, ea de causa per propositionem 14 libri sexti 74 r. latera angulos aequales comprehendentia in contraria proportione sunt, i. e. $AB:GD = GT:AH$. Atqui GT aequalis est [lineae] E, et AH aequalis [lineae] Z. Ergo $AB:GD = E:Z$. Quod erat demonstrandum.

Propositio XVII libri sexti.

Si tres lineae proportionales sunt, rectangulum prima et tertia comprehensum aequale est quadrato mediae; et si tres lineae tales datae sunt, ut rectangulum prima et tertia comprehensum aequale sit quadrato mediae, tres lineae proportionales sunt.

---

[1]) Codex hic praebet طك; at proximis locis praeter unum, ubi idem uocabulum occurrit, puncta sic posita sunt: طك. Omnibus ceteris locis eiusdem generis littera ى in uocabuli initio legitur sine punctis.

[2])—[2]) in margine, legi non possunt.

[3]) Codex praebet طك.

[4]) Uerba „quattuor lineas proportionales esse" in margine posita sunt, neque tamen ullo modo legi possunt.

الخطوط الثلثة متناسبة مثاله ان خطوط ا ب ج توالت متناسبة نسبة ا الي ب كنسبة ب الي ج فاقول انّ القايم الزوايا الذي يحيط[1] به ا وج مساو لمربّع ب برهانه انا نجعل خط د مساويا لخط ب فلان نسبة ا الي ب كنسبة ب الي ج ود مثل ب فان نسبة ا الي ب كنسبة د الي ج فخطوط ا ب د ج متناسبة فببرهان ١٦ من ٦ يكون القايم الزوايا الذي يحيط به خطا ا ج مساويا للقايم الزوايا الذي يحيط به خطا ب د لكن د مثل ب فالقايم الزوايا الذي يحيط[1] به خطا ا ج مساو لمربّع ب وذلك ما اردنا ان نبين ∴ واقول ايضا ان كان القايم الزوايا الذي يحيط[1] به ا ج مساويا لمربّع ب فان خطوط ا ب ج متناسبة برهانه انا نجعل د مثل ب فيكون القايم الزوايا الذي يحيط[1] به ا ج مثل القايم الزوايا الذي يحيط[1] به ب د فالخطوط الاربعة متناسبة كما بيّن ببرهان ١٦ من ٦ نسبة ا الي ب كنسبة د الي ج ود مثل ب فنسبة ا الي ب كنسبة ب الي ج وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل الثامن عشر من المقالة السادسة

كل مثلّثين متشابهين فانّ نسبة احدهما الي الآخر هي نسبة ضلعه الي ضلعه الذي هو نظيره في النسبة مثنّاة مثاله ان مثلث ابج يشبه مثلث دهز زاوية باج مساوية لزاوية هدز وضلع بج نظير في النسبة لضلع هز فاقول ان نسبة مثلث ابج الي مثلث دهز كنسبة ضلع بج الي ضلع هز

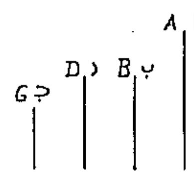
---

1) Codex praebere uidetur يحيط. Puncta uidentur per errorem paulo altius posita esse quam poni debuerunt.

Exemplificatio. Subsequantur lineae A, B, G alia aliam proportionaliter, ita ut sit $A:B = B:G$. Dico igitur rectangulum A et G comprehensum aequale esse quadrato [lineae] B.

Demonstratio. Fiat linea D aequalis lineae B. Tum quoniam $A:B = B:G$, et $D = B$, ea de causa $A:B = D:G$. Itaque lineae A, B, D, G proportionales sunt. Itaque per propositionem 16 libri sexti rectangulum duabus lineis A et G comprehensum aequale est rectangulo duabus lineis B et D comprehenso. Atqui $D = B$. Ergo rectangulum duabus lineis A et G comprehensum aequale est quadrato [lineae] B. Quod erat demonstrandum.

Dico etiam, si rectangulum [lineis] A et G comprehensum aequale sit quadrato [lineae] B, lineas A, B, G proportionales esse.



Demonstratio. Fiat D aequalis [lineae] B. Tum rectangulum [lineis] A et G comprehensum aequale est rectangulo [lineis] B et D comprehenso. Itaque quattuor lineae proportionales sunt, ut demonstratum est in propositione 16 libri sexti, ita ut sit $A:B = D:G$. Atqui $D = B$. Ergo $A:B = B:G$. Quod erat demonstrandum.

Propositio XVIII [= XIX apud Euclidem] libri sexti.

Ratio similium triangulorum unius ad alterum duplicata est ratio laterum correspondentium.

Exemplificatio. Sit triangulus ABG similis triangulo DEZ, angulus BAG aequalis angulo EDZ[1]), latus BG correspondens lateri EZ. Dico igitur rationem trianguli ABG ad triangulum DEZ aequalem esse duplicatae rationi lateris BG ad latus EZ.

---

[1]) Potius legendum uidetur „angulus ABG aequalis angulo DEZ", ut praebet Euclides in ed. Heibergii. Sane differt non multum; hic uero est angulus, quo postea utitur, et BG et EZ data sunt latera correspondentia. Conferantur etiam, quae propositioni addidit Al-Narizi.

مثناة برهانه انا نستخرج خطا ثالثا يتلو ضلعى بج هز في النسبة كما بين اخراجه ببرهان ١٠ من ٦ فليكن خط بح ونخرج خط اح فنسبة بج الي هز كنسبة هز الي بح لكن نسبة بج الي هز كنسبة اب الي ده فنسبة اب الي ده كنسبة هز الي بح فمثلثا ابح دهز قد تساوت زاويتان منهما وهما زاويتا ابح دهز وكانت الاضلاع المحيطة بهما في النسبة فمثلثا ابح دهز متساويان كما بين ببرهان ١٥ من ٦ وايضا فلان خطوط بج هز بح متوالية متناسبة وبج الاول وهز الثاني وبح الثالث فنسبة بج الي بح كنسبة بج الي هز مثناة كما بين في مصادرات مقالة ٥ لكن نسبة بج الي بح كنسبة مثلث ابج الي مثلث ابح لانهما علي قاعدتي بج بح وارتفاعهما واحد علي نقطة ا وذلك ببرهان ١ من ٦ لكن قد تبين ان مثلث ابح مساو لمثلث دهز فنسبة مثلث ابج الي مثلث دهز كنسبة بج الي بح ونسبة بج الي بح كنسبة بج الي هز مثناة فنسبة مثلث ابج الي مثلث دهز كنسبة ضلع بج الي ضلع هز مثناة وذلك ما اردنا ان نبين ∴

وهاهنا تبين ان كل ثلثة خطوط متناسبة فان نسبة الاول الي الثالث كنسبة الشبيه المعمول على الاول الي الشبيه المعمول علي الثاني وهذا بين ∴

قال ابرن فان كان الخط الذي يتلو بج في النسبة اعظم من خط بج فنخرج

---

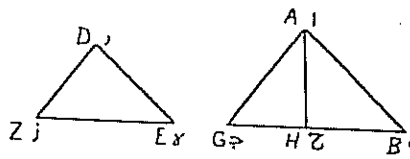
[1]) Textus praebet tantum: „et latera eos comprehendentia in proportione sunt“. At manifestum est dicere uoluisse proportionem contrariam.

[2]) Def. 9 libri quinti.

[3]) In margine: قال ثابت كنسبة المثلث المعمول على الاول الى المثلث المعمول على الثانى اذا كان يشبهه, i.e. „Tâbit dicit: Ita triangulus supra primam descriptus ad triangulum supra secundam descriptum, si similis illi est.“

[4])—[4]) Praebet Gherardus (p. 178, 13): „que proportionatur ad *BH*,

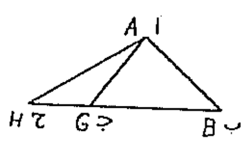
Demonstratio. Sumatur duorum laterum BG et EZ tertia proportionalis, ut monstratum est in propositione 10 [= 11 apud Euclidem] libri sexti, et sit haec BH; coniungatur uero AH. Tum $BG:EZ = EZ:BH$. Atqui $BG:EZ = AB:DE$. Itaque $AB:DE = EZ:BH$.



Itaque in duobus triangulis ABH et DEZ duo anguli ABH et DEZ aequales sunt, et latera eos comprehendentia in contraria proportione sunt[1]). Itaque duo trianguli ABH et DEZ aequales sunt, ut demonstratum est in propositione 15 libri sexti.

Rursus quoniam lineae BG, EZ, BH alia aliam subsequuntur proportionaliter, et BG est prima, EZ secunda, BH tertia, ea de causa BG ad BH duplicatam rationem habet eius, quam BG habet ad EZ, ut perspicuum factum est in definitionibus libri quinti[2]). Atqui BG est ad BH ut triangulus ABG ad triangulum ABH, quoniam sunt supra duas bases BG et BH, et altitudo eorum est ad idem punctum A, per propositionem 1 libri sexti; demonstratum uero est triangulum ABH aequalem esse triangulo DEZ. Ergo triangulus ABG est ad triangulum DEZ ut BG ad BH. Habet autem BG ad BH rationem duplicatam eius, quam habet latus BG ad latus EZ. Ergo ratio trianguli ABG ad triangulum DEZ aequalis est duplicatae rationi lateris BG ad latus EZ. Quod erat demonstrandum.

Adparet ex hoc, si tres lineae proportionales sint, ut prima earum sit ad tertiam, ita esse similem figuram supra primam descriptam ad similem figuram supra secundam descriptam[3]). Hoc [per se] perspicuum est.



Hero dixit: Si linea, quae subsequitur [lineam] BG in ratione, maior est quam linea BG,[4]) producatur linea BG ad H, ita ut sit $BG:EZ = EZ:BH$.[4]) Reliqua demonstratio est sicut apud Euclidem.

donec proportio BG ad EZ sit sicut proportio EZ ad BH." Textus Arabicus dilucidior est.

خط بج الي ح حتى تكون نسبة بج الي هز كنسبة هز الي بح وساير البرهان مثل الذى لاوقليدس ∴ قال النريزي ونحن نقول اذا كان مثلثا ابج دهز زاويتا ب ه منهما متساويتين[1] ونسبة| مثلث ابج الي مثلث دهز كنسبة 74 a.
ضلع بج الي ضلع هز مثناة فان المثلثين متشابهان برهانه انا نخرج خط بح يتلو خطى بج هز في النسبة فنسبة بج الي بح كنسبة بج الي هز مثناة ونسبة بج الي هز مثناة كنسبة مثلث ابج الي مثلث دهز فنسبة مثلث ابج الي مثلث ابح والي مثلث دهز نسبة واحدة فمثلث ابح مساو لمثلث دهز وزاوية ب مساوية لزاوية ه فالاضلاع المحيطة بزاويتي ب ه متكافية نسبة اب الي ده كنسبة هز الي بح ونسبة هز الي بح كنسبة بج الي هز فزاويتا ب ه من مثلثى ابج دهز متساويتان والاضلاع المحيطة بهما متناسبة ببرهان ٦ من ٦ فان المثلثين متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل التاسع عشر من المقالة السادسة

السطوح الكثيرة الزوايا المتشابهة تنقسم بمثلثات متشابهات نسبتها كنسبتها علي عدة واحدة ونسبة الكثير الزوايا الي الكثير الزوايا كنسبة ضلعه الي ضلعه الذي هو نظيره في النسبة مثناة مثاله ان سطحي ابجده زحطكل كثيرا الزوايا متشابهان فاقول انهما ينقسمان بمثلثات متشابهات نسبتها كنسبتها علي عدة واحدة ونسبة سطح ابجده الي سطح زحطكل كنسبة ضلع اب الي ضلع زح مثناة برهانه انا نخرج خطوط اج به جه زط

[1] Codex praebet متساويتان.

Al-Narizi dixit: Dicimus, si in duobus triangulis ABG et DEZ duo anguli ad B et ad E aequales sint, et triangulus ABG 74 u. ad triangulum DEZ duplicatam rationem habeat eius, quam latus BG habeat ad latus EZ, duos triangulos similes esse.

Demonstratio. Sumatur duarum linearum BG et EZ tertia proportionalis BH.[1]) Tum BG ad BH duplicatam rationem habet eius, quam BG habet ad EZ.[2]) Atqui triangulus ABG ad triangulum DEZ duplicatam rationem habet eius, quam BG habet ad EZ. Itaque triangulus ABG ad triangulum ABH et ad triangulum DEZ eandem rationem habet. Itaque triangulus ABH aequalis est triangulo DEZ. Atqui angulus ad B aequalis est angulo ad E. Itaque latera duos angulos ad B et ad E comprehendentia in contraria proportione sunt. Itaque $AB:DE = EZ:BH$. Atqui $EZ:BH = BG:EZ$. Itaque duo anguli ad B et ad E triangulorum ABG et DEZ aequales sunt, et latera eos comprehendentia[3]) proportionalia. Ergo per propositionem 6 libri sexti duo trianguli similes sunt.[3]) Quod erat demonstrandum.

Propositio XIX [= XX apud Euclidem] libri sexti.

Polygona similia diuisa sunt in triangulos similes, eandem rationem habentes, quam habent illa, numero aequales; et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet eius, quam latus correspondens habet ad latus correspondens.

Exemplificatio. Sint duo polygona $ABGDE$ et $ZHTKL$ similia. Dico igitur diuisa ea esse in triangulos similes, eandem

---

[1]) Addit Gh. Cr. (p. 178, 22): „Ergo proportio BG ad EZ est sicut proportio EZ ad BH."

[2]) Addit Gh. Cr. (p. 179, 2—3): „Sed proportio BG ad BH est sicut proportio trianguli ABG ad triangulum ABH."

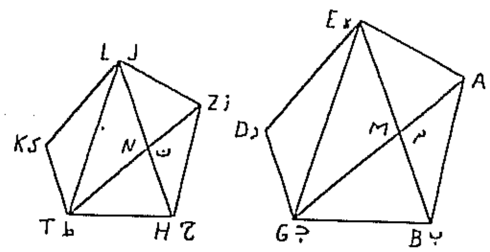
[3])—[3]) Textus Arabicus non recte se habet, praebet enim: „... proportionalia, per prop. 6 libri sexti. Ergo duo trianguli similes sunt." Uersio Gherardi eandem sententiam praebet ac nostra.

حل طل فلان سطح ابجده يشبه سطح زحطكل فانّ زاوية باه مساوية لزاوية حزل فنسبة اب الي حز كنسبة اه الي زل فمثلثا ابه حزل ساوت زاوية من احدهما زاويةً من المثلث الاخر وتناسب الاضلاع المحيطة بهما فزوايا مثلث ابه مساوية لزوايا مثلث زحل ببرهان ٦ من ٦ فزاوية ابه مساوية لزاوية زحل لكن زاوية ابج مساوية لزاوية زحط فتبقى زاوية هبج مساويةً لزاوية لحط وايضا فان نسبة اب الي زح كنسبة بج الي حط لكن قد تبيّن ان نسبة اب الي زح كنسبة به الي حل فنسبة به الي حل كنسبة بج الي حط وزاوية هبج قد تبيّن انها مثل زاوية لحط فمثلثا هبج لحط قد ساوت زاوية من احدهما زاويةً من الآخر وتناسب الاضلاع المحيطة بهما فزوايا مثلث بجه مساوية لزوايا مثلث حطل فهما متشابهان وقد تبيّن ان مثلّث ابه يشبهُ مثلث زحل وايضا فلانه قد تبيّن انّ زاوية بجه مساوية لزاوية حطل وجميع زاوية بجد مساوٍ لجميع زاوية حطك فتبقى زاوية هجد مثل زاوية لطك وزاوية جهد مثل زاوية طلك فزوايا مثلث جده مساوية لزوايا مثلث طكل فمثلث جده يشبه مثلث طكل فقد انقسم سطحا ابجده زحطكل[1] بمثلثات متشابهات على عدّة واحدة وايضا فانّ ساير المثلثات التى تحدُثُ من تقاطع هذه الخطوط هي ايضا متشابهة كلها اعنى ان مثلث ابم يشبهُ مثلث حزن ومثلث بمج يشبه مثلث حنط وكذلك ساير المثلثات التى تحدث علي هذه الجهة وذلك ان زاوية ابم مساوية لزاوية زحن وزاوية بام مساوية لزاوية حزن فتبقى زاوية بما مثل زاوية حنز

[1]) ل deest in codice.

rationem habentes, quam habeant illa, numero aequales, et polygonum $ABGDE$ ad polygonum $ZHTKL$ duplicatam rationem habere eius, quam habeat latus AB ad latus ZH.

Demonstratio. Ducantur lineae AG, BE, GE, ZT, HL, TL. Tum quoniam polygonum $ABGDE$ simile est polygono $ZHTKL$, ea de causa angulus BAE aequalis est angulo HZL, et $AB:HZ = AE:ZL$. Itaque trianguli ABE et HZL angulum unius aequalem habent angulo alterius et latera hos comprehendentia proportionalia. Itaque anguli trianguli ABE aequales sunt



angulis trianguli ZHL, per propositionem 6 libri sexti. Itaque angulus ABE angulo ZHL aequalis est. Atqui angulus ABG aequalis est angulo ZHT. Itaque reliquus angulus EBG aequalis est reliquo angulo LHT.

Rursus $AB:ZH = BG:HT$. Atqui demonstratum est esse $AB:ZH = BE:HL$[1]). Itaque $BE:HL = BG:HT$. Et angulus EBG demonstratus est aequalis esse angulo LHT. Itaque duo trianguli EBG et LHT angulum unius aequalem habent angulo alterius et latera hos comprehendentia proportionalia. Itaque anguli trianguli BGE aequales sunt angulis trianguli HTL. Itaque similes hi sunt. Et est iam demonstratum triangulum ABE similem esse triangulo ZHL.

Rursus quoniam demonstratum est angulum BGE aequalem esse angulo HTL, et totus angulus BGD aequalis est toti angulo HTK, ea de causa reliquus angulus EGD aequalis est reliquo angulo LTK. Et angulus GED aequalis est angulo TLK. Itaque

---

[1]) Propter similitudinem triangulorum ABE et ZHL.

وانما طوّل البرهان بسبب هذه المثلّثات ولولاها لكان البرهان فيه[1] مختصرًا
لانّه اذا كانت هذه الثلاث المثلثات التى حدثت في سطح ابجده يشبهُ كل
واحد منها نظيرهُ من المثلثات التى حدثت في السطح الآخر فان نسبة مثلث
ابه الي مثلّث زحل كنسبة ضلع به الي ضلع حل مثنّاةً لكن نسبة ضلع
به الي ضلع حل مثنّاةً هي كنسبة مثلث بهج الي مثلث حلط فنسبة مثلث
ابه الي مثلث زحل كنسبة مثلث بجه الي مثلث حطل وايضًا فان نسبة
جه الي لط مثنّاةً هي كنسبة مثلّث جهب الي مثلث حلط لكن نسبة جه
الي لط مثنّاةً كنسبة مثلث جهد الي مثلث طلك | فنسبة مثلث بجه الي 75 r.
مثلّث حطل كنسبة مثلّث جهد الي مثلث طلك وكنسبة مثلث ابه الي
مثلّث زحل فمثلثات حزل حطل طلك على توالي نسبة مثلثات ابه بجه
جده فنسبة واحد من المقدّمات الي قرينه من التوالي كنسبة كلّ المقدّمات
الي كل التوالي كما بيّن ببرهان ١٣ من ٥ فنسبة مثلث ابه الي مثلث زحل
كنسبة جميع سطح ابجده الي جميع سطح زحطكل لكن نسبة مثلث ابه
الي مثلث زحل كنسبة ضلع اب الي ضلع حز مثنّاة كما بيّن ببرهان ١٨ من
٦ فنسبة سطح ابجده[2] الي سطح زحطكل كنسبة اب الي زح مثنّاةً
فهذا هو مقدارُ البرهان فامّا علي مذهب الاصول باستعمال المثلثات التى تحدث
عن التقاطع فكما نبرهن وهو انّه اذا أُخرج الخطوط فسطحا ابجده زحطكل
متشابهان فزاويةُ ابج مساويةٌ لزاوية زحط فنسبة اب الي زح كنسبة بج

[1] فيه supra uersum atque etiam in margine, fortasse perspicuitatis causa.

[2] Codex omittit ه.

anguli trianguli GDE aequales sunt angulis trianguli TKL. Itaque triangulus GDE similis est triangulo TKL, et diuisimus duo polygona $ABGDE$ et $ZHTKL$ in triangulos similes, numero aequales.

Rursus etiam reliqui trianguli, qui effecti sunt per intersectionem harum linearum, omnes similes sunt; i. e. triangulus ABM similis est triangulo HZN, triangulus BMG triangulo HNT, ac similiter reliqui trianguli hoc modo effecti. Nam angulus ABM aequalis est angulo ZHN, et angulus BAM aequalis est angulo HZN. Itaque reliquus angulus BMA aequalis est reliquo angulo HNZ.

Demonstratio extracta est[1]) tantum propter hos triangulos; si minus, esset breuissima. Nam quoniam horum trium triangulorum in polygono $ABGDE$ effectorum quisque similis est correspondenti in altero polygono effecto, ea de causa triangulus ABE ad triangulum ZHL duplicatam rationem habet eius, quam latus BE habet ad latus HL. Atqui triangulus BEG ad triangulum HLT duplicatam rationem habet eius, quam latus BE habet ad latus HL. Itaque triangulus ABE est ad triangulum ZHL ut triangulus BGE ad triangulum HTL.

Rursus quoniam triangulus GEB ad triangulum HLT duplicatam rationem habet eius, quam habet GE ad LT, atque etiam 75 r.
triangulus GED ad triangulum TLK duplicatam rationem habet eius, quam habet GE ad LT, ea de causa triangulus BGE est ad triangulum HTL ut triangulus GED ad triangulum TLK atque ut triangulus ABE ad triangulum ZHL. Itaque trianguli HZL, HTL, TKL in eadem ratione alius alium subsequuntur atque trianguli ABE, BGE, GDE. Itaque quodque antecedens est ad consequens correspondens ut omnes antecedentes ad omnes consequentes, ut demonstratum est in propositione 13 [= 12 apud Euclidem] libri quinti. Itaque triangulus ABE est ad triangulum ZHL ut totum polygonum $ABGDE$ ad totum polygonum $ZHTKL$. Atqui triangulus ABE ad triangulum ZHL

[1]) Cf. Heath, Euclidis Elementa II p. 238 sq. (G. J.).

الي حط فقد تساوت زاويتان من مثلثى ابج زحط وتناسبت الاضلاع المُحيطة بهما فهما متشابهان وزاوية بام مثل زاوية حزن وزاوية ابم مساوية لزاوية زحن فتبقى زاوية امب مثل زاوية زنح فمثلث ابم يشبه مثلث زحن فنسبة بم الي حن كنسبة ام الي زن وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان مثلّث بمج يشبهُ مثلث حنط[1] وان نسبة بم الي حن كنسبة جم الي طن فاذا اسقطنا الوسايط بقيت نسبة ام الي زن كنسبة مج الي نط فاذا ابدلنا كانت نسبة ام الي مج كنسبة زن الي نط لكن نسبة ام الي مج كنسبة مثلث ابم الي مثلث بمج ونسبة زن الي نط كنسبة مثلث زنح الي مثلث حنط ونسبة ام الي مج ايضا كنسبة مثلث ام الي مثلث ممج وكنسبة مثلّث ابم الي مثلّث بمج ونسبة مجموع المقدّمين الي مجموع التاليين كنسبة المقدّم الواحد الي التالي الواحد ببرهان ١٣ من ٥ فنسبة مثلّث ابم الي مثلث بمج كنسبة جميع مثلّث ابه الي[2] مثلث بمج وكذلك نسبة مثلث زحن الي مثلث حنط كنسبة جميع مثلّث زحل الي جميع مثلّث حطل لكن نسبة مثلّث ابم الي مثلّث بمج كنسبة مثلث زحن الي مثلّث

---

1) Codex praebet حزط.

2) Supplendum uidetur جميع ante مثلث.

3) Aut aliter legit Gh. Cr. (p. 179, 16—19) aut male intellexit, quae legit.

4) Propter similitudinem triangulorum *ABG* et *ZHT*.

5) Propter similitudinem triangulorum *BAE* et *HZL*.

6) Addit Gh. Cr. (p. 180, 18): „ergo proportio trianguli *ABM* ad triangulum *BMG* est sicut proportio trianguli *ZNH* ad triangulum *HNT*.“

7) Praebet Gh. Cr. (p. 180, 22): „et proportio coniunctionis duorum antecedentium . . . sicut proportio antecedentis ad antecedens“. At ultimo loco debuit scribi „consequens“.

duplicatam rationem habet eius, quam latus AB habet ad latus HZ, ut demonstratum est in propositione 18 [= 19 apud Euclidem] libri sexti. Ergo polygonum $ABGDE$ ad polygonum $ZHTKL$ duplicatam rationem habet eius, quam habet AB ad ZH. Quae summa est demonstrationis.

Triangulis per intersectionem [linearum] effectis Elementa eodem modo utuntur, quo nos utimur in demonstratione nostra, quae sequitur[3]). Nam postquam lineae ductae sunt, duo polygona $ABGDE$ et $ZHTKL$ similia sunt. Itaque angulus ABG aequalis est angulo ZHT, et $AB:ZH = BG:HT$. Itaque duo anguli triangulorum ABG et ZHT aequales sunt, et latera eos comprehendentia proportionalia. Ergo sunt similes.

Et angulus BAM aequalis est angulo HZN[4]), et angulus ABM angulo ZHN[5]); itaque reliquus angulus AMB aequalis est reliquo angulo ZNH. Ergo triangulus ABM similis est triangulo ZHN, et $BM:HN = AM:ZN$.

Eodem modo demonstrari potest triangulum BMG similem esse triangulo HNT, et $BM:HN = GM:TN$. Itaque si tollimus medios terminos, $AM:ZN = MG:NT$ atque alternando $AM:MG = ZN:NT$. Atqui AM est ad MG ut triangulus ABM ad triangulum BMG; et ZN est ad NT ut triangulus ZNH ad triangulum HNT[6]); atque etiam AM est ad MG ut triangulus AEM ad triangulum EMG et ut triangulus ABM ad triangulum BMG. Et ratio summae duorum antecedentium ad summam duorum consequentium[7]) aequalis est rationi unius antecedentis ad unum consequens, per propositionem 13 [= 12 apud Euclidem] libri quinti. Itaque triangulus ABM est ad triangulum BMG ut totus triangulus ABE ad totum triangulum BEG. Ac similiter triangulus ZHN est ad triangulum HNT ut totus triangulus ZHL ad totum triangulum HTL. Atqui triangulus ABM est ad triangulum BMG ut triangulus ZHN ad triangulum HNT. Ergo totus triangulus ABE est ad totum triangulum BGE ut totus triangulus ZHL ad totum triangulum HTL, atque alternando triangulus ABE est ad triangulum ZHL ut triangulus BGE ad triangulum HTL.

حنط فنسبة [1] جميع مثلث ابه الي جميع مثلث بجه كنسبة جميع مثلث زحل الي [2] مثلث حطل فاذا بدّلنا كانت نسبة مثلث ابه الي مثلث زحل كنسبة مثلث بجه الي مثلث حطل وكذلك يتبين ان نسبة مثلث بجه الي مثلث حطل كنسبة مثلث جده الي مثلث طكل وقد تبين ان نسبة مثلث بجه الي مثلث حطل كنسبة مثلث ابه الي مثلث زحل فنسبة مثلث ابه الي مثلث زحل كنسبة مثلث بهج الي مثلث حطل وكنسبة مثلث جهد الي مثلث طكل ونسبة واحد من المقدّمات الي قرينه من التوالي كنسبة كل المقدّمات الي كل التوالي فنسبة مثلث ابه الي مثلث زحل كنسبة جميع سطح ابجده الي جميع سطح زحطكل لكن نسبة مثلث ابه الي مثلث زحل كنسبة ضلع اب الي ضلع زح مثنّاةً فنسبة سطح ابجده الي سطح زحطكل كنسبة ضلع اب الي [3] زح مثنّاةً وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل العشرون من المقالة السادسة 75 u.

نريد ان نُبيّن كيف نعمل علي خط مستقيم معلوم سطحًا شبيهًا بسطح معلوم مثلثًا كان او كثير الزوايا فليكن السطح المعلوم هج والخط المعلوم اب ونريد ان نبيّن كيف نعمل علي [4] اب سطحًا شبيهًا بسطح هج فنخرج قطر

---

1) نسبة codex omittit.

2) Suppleatur جميع ante مثلث.

3) Suppleatur fortasse ضلع ante زح.

4) علي in margine.

Eodem modo demonstrari potest triangulum BGE esse ad triangulum HTL ut triangulus GDE ad triangulum TKL; et est iam demonstratum triangulum BGE esse ad triangulum HTL ut triangulus ABE ad triangulum ZHL. Itaque triangulus ABE est ad triangulum ZHL ut triangulus BEG ad triangulum HTL atque ut triangulus GED ad triangulum TKL. Et ratio cuiusque antecedentis ad consequens correspondens aequalis est rationi omnium antecedentium ad omnia consequentia. Itaque triangulus ABE est ad triangulum ZHL ut totum polygonum $ABGDE$ ad totum polygonum $ZHTKL$. Atqui triangulus ABE ad triangulum ZHL duplicatam rationem habet eius, quam habet latus AB ad latus ZH. Ergo polygonum $ABGDE$ ad polygonum $ZHTKL$ duplicatam rationem habet eius, quam habet latus AB ad [latus] ZH. Quod erat demonstrandum.

Propositio XX [= XVIII apud Euclidem] libri sexti. 75 u.

Cupimus monstrare, quomodo supra datam lineam rectam construatur figura rectilinea similis figurae rectilineae datae, siue triangulo siue polygono.

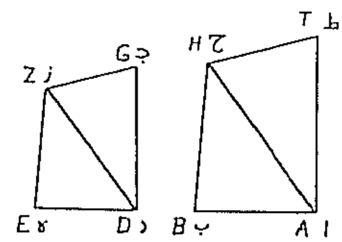
Sit EG figura rectilinea data et AB linea data. Cupimus monstrare, quomodo supra AB construatur figura rectilinea similis figurae rectilineae EG.

Ducatur diagonalis DZ, et fiat ad punctum B lineae AB angulus ABH aequalis angulo DEZ, et ad punctum A angulus BAH aequalis angulo EDZ. Tum reliquus angulus AHB aequalis est reliquo angulo DZE. Itaque anguli trianguli AHB aequales sunt angulis trianguli DEZ, atque ea de causa latera, quae sub aequalibus angulis subtendunt, correspondentia sunt, per demonstrationem 4 libri sexti. Ergo $HA:DZ = AB:DE = BH:EZ$.

Rursus fiat ad punctum A lineae AH angulus HAT aequalis angulo ZDG, et ad punctum H angulus AHT aequalis angulo

دز ونعمل علي نقطة ب من خط اب زاوية مساوية لزاوية دهز ولتكن[1] زاوية
ابح وعلي نقطة ا منه زاوية مساوية لزاوية هدز ولتكن زاوية باح فتبقى
زاوية احب مساوية لزاوية دزه فزوايا مثلث احب مساوية لزوايا مثلث
دهز والاضلاع التى توتر الزوايا المتساوية متناسبة ببرهان ٤ من ٦ فنسبة
حا الي دز كنسبة اب الي ده وكنسبة بح الي هز وايضا نعمل علي نقطة ا
من خط اح زاوية مثل زاوية زدج ولتكن زاوية حاط وعلي نقطة ح منه
زاوية مثل زاوية دزج ولتكن[1] زاوية احط فتبقى زاوية اطح مثل زاوية
دجز فزوايا مثلث احط مساوية لزوايا مثلث دجز واوتار الزوايا المتساوية
متناسبة فنسبة حا الي دز كنسبة اط الي جد وكنسبة طح الي جز فاذا
اسقطنا نسبة حا الي دز المتوسطة بقيت نسبة اط الي دج كنسبة اب الي ده
وكنسبة بح الي هز وكنسبة حط الي جز فاضلاع سطح طب مناسبة لاضلاع
سطح هج وزاوية احب كانت مثل زاوية دزه وزاوية احط مثل زاوية دزج
فجميع زاوية بحط مثل جميع زاوية هزج وكذلك نبين ان جميع زاوية
باط مثل جميع زاوية هدج وكنا بيّنا ان زاوية ط مثل زاوية ج وزاوية
ب مثل زاوية ه فزوايا سطح طب مساوية لزوايا سطح هج[2] والاضلاع
المحيطة منها[3] بالزوايا المتساوية متناسبة فسطح طب يشبه سطح جه وذلك
ما اردنا ان نبين ∴ قال النريزي انما عمل المثلث لان زوايا المثلثات اذا تساوت
كانت الاضلاع متناسبة وفي المتوازي لا يلزم ذلك ∴

DZG. Tum reliquus angulus ATH aequalis est reliquo angulo DGZ. Itaque anguli trianguli AHT aequales sunt angulis trianguli DGZ, atque ea de causa latera, quae sub aequalibus angulis subtendunt, correspondentia sunt. Itaque $HA:DZ = AT:GD = TH:GZ$. Si uero tollimus rationem $HA:DZ$, qui est medius terminus, $AT:DG = AB:DE = BH:EZ = HT:GZ$. Itaque latera figurae rectilineae TB proportionalia sunt lateribus figurae rectilineae EG. Et angulus AHB aequalis est angulo DZE, et angulus AHT angulo DZG. Itaque totus angulus BHT aequalis est toti angulo EZG. Atque eodem modo demonstramus totum angulum BAT aequalem esse toti angulo EDG. Atqui demonstrauimus angulum ad T aequalem esse angulo ad G, et angulum ad B aequalem esse angulo ad E. Itaque anguli figurae rectilineae TB aequales sunt angulis figurae rectilineae EG[4]), et latera angulos aequales comprehendentia proportionalia sunt. Ergo figura rectilinea TB similis est figurae rectilineae GE. Quod erat demonstrandum[5]).



Al-Narîzî dixit: Triangulus constructus est, quia, si anguli triangulorum aequales sunt, latera proportionalia sunt; quod non sequitur in parallelogrammis.

---

1) Codex praebet ولكن.

2) Codex praebet طاب.

3) منها fortasse deleri oportebat.

4) „TB" in textu.

5) Cfr. adnotatio p. 127.

الشكل الحادى والعشرون من المقالة السادسة

السطوح الشبيهة بسطح واحد فهي متشابهة مثاله ان سطحى ا ب يشبهان سطح ج فاقول انهما متشابهان برهانه ان سطحى ا ب اذا كان يشبهان سطح ج فزوايا سطحى ا ب مساوية لزوايا سطح ج كل زاوية لنظيرتها اعنى ان زوايا سطح ا مساوية لزوايا سطح ج وزوايا سطح ب مساوية لزوايا سطح ج كل زاوية لنظيرتها واذا كانت اشياء كل واحد منها مساو لشى[1] واحد فالاشياء متساوية فزوايا سطح ا مساوية لزوايا سطح ب وايضا فان اضلاع سطح ا تناسب[2] اضلاع سطح ج وهي الاضلاع التي تحيط بالزوايا المتساوية وكذلك اضلاع سطح ب تناسب اضلاع سطح ج وهي الاضلاع التى تحيط بالزوايا المتساوية واذا رفعنا الوسط[3] كما تبين ببرهان ١١ من ٥ فان اضلاع سطح ا تناسب اضلاع سطح ب وهي الاضلاع التي تحيط بالزوايا المتساوية فسطح ا زواياه مساوية لزوايا سطح ب والاضلاع التي تحيط بالزوايا المتساوية متناسبة فسطح ا يشبه سطح ب وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل الثاني والعشرون من المقالة السادسة 76 r.

اذا كانت سطوح متشابهة علي خطوط متناسبة وكانت معمولة عليها عملاً واحدًا فانّ السطوح متناسبة وان كانت سطوح متشابهة متناسبة علي خطوط وكان عملها عليها عملاً واحدًا فان الخطوط متناسبة مثاله ان خطوط

---

1) Codex praebere uidetur بشى.

2) Codex praebere uidetur مناسب.

3) Adhibetur plerumque الوسيطة aut الوسايط.

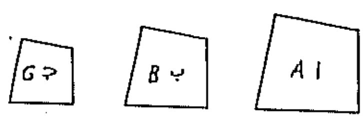
Propositio XXI libri sexti.

Figurae, quae eidem figurae similes sunt, etiam inter se similes sunt.

Exemplificatio. Sint duae figurae A et B figurae G similes. Dico igitur alteram alteri similem esse.

Demonstratio. Si duae figurae A et B figurae G similes sunt, anguli duarum figurarum A et B angulis figurae G aequales sunt, suo quisque angulo correspondenti; i. e. anguli figurae A angulis figurae G, et anguli figurae B angulis figurae G similes sunt, suo quisque angulo correspondenti. Atqui ea, quorum quidque eidem aequale est, inter se aequalia sunt. Itaque anguli figurae A angulis figurae B aequales sunt.

Rursus latera figurae A lateribus figurae G proportionalia sunt, latera scilicet angulos aequales comprehendentia; et latera figurae B lateribus figurae G proportionalia sunt, latera scilicet angulos aequales comprehendentia. Tum si tollimus medium terminum, ut demonstratum est in propositione 11 libri quinti, latera figurae A lateribus figurae B proportionalia sunt, latera scilicet angulos aequales comprehendentia. Itaque anguli figurae A aequales sunt angulis figurae B, et latera angulos aequales comprehendentia proportionalia sunt. Ergo figura A similis est figurae B. Quod erat demonstrandum.



Propositio XXII libri sexti. 76 r.

Si figurae similes supra lineas proportionales similiter describentur, figurae proportionales erunt; et si figurae similes supra lineas similiter descriptae proportionales erunt, lineae proportionales erunt.

Exemplificatio. Sint quattuor lineae AB, GD, EZ, HT proportionales, ita ut sit $AB{:}GD = EZ{:}HT$; et describantur supra eas figurae similes AKB, GLD, EMZ, HNT, ita ut figura

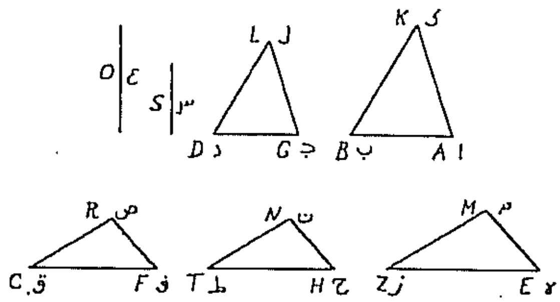
اب جد هز حط الاربعة متناسبة نسبة اب الي جد كنسبة هز الي حط وقد
عمل عليها سطوح الكب جلد همز حنط متشابهة وسطح الكب يشبه جلد
وسطح همز يشبه حنط وعملها عمل واحد في تشابه الصور امّا مثلثات وامّا
ذوات زوايا كثيرة فنقول ان نسبة سطح الكب الي سطح جلد كنسبة سطح همز
الي سطح حنط برهانه انا نستخرج خطا ثالثا يتلو خطي اب جد في النسبة
فليكن خط س ونستخرج ايضا خطّا ثالثا يتلو خطي هز حط في النسبة وليكن
خط ع كما بيّن استخراجُه[1] ببرهان ١٠ من ٦ فلان نسبة اب الي جد كنسبة
هز الي حط ونسبة جد الي س كنسبة حط الي ع فبالمساواة تكون نسبة اب
الي س كنسبة هز الي ع لكن نسبة اب الي س كنسبة الشبيه المعمول علي
اب الي الشبيه المعمول علي جد كما بين ببرهان ١٨ من ٦ لكن الشبيه
المعمول علي اب هو سطح الكب والشبيه المعمول علي جد هو سطح جلد
فنسبة اب الي س كنسبة سطح الكب الي سطح جلد وكذلك نبين ان
نسبة هز الي ع كنسبة سطح همز الي سطح حنط وقد تبين ان نسبة
اب الي س كنسبة هز الي ع فنسبة سطح الكب الي سطح جلد كنسبة سطح
همز الي سطح حنط وذلك ما اردنا ان نبين ∴ ثم نجعل نسبة سطح الكب
الي سطح جلد كنسبة سطح همز الي سطح حنط وسطح الكب يشبه سطح
جلد وسطح همز يشبه سطح حنط فاقول ان الخطوط الاربعة متناسبة
نسبة اب الي جد كنسبة هز الي حط برهانه انا نجعل نسبة اب الي جد

---

1) Codex praebere uidetur استخراجَهُ, quasi بيّن uerbum actiuum esset.

AKB similis sit figurae GLD et figura EMZ similis sit figurae HNT; describantur autem similiter, aut trianguli aut polygona. Dico igitur figuram AKB esse ad figuram GLD ut figura EMZ ad figuram HNT.

Demonstratio. Sumatur duabus lineis AB et GD tertia proportionalis, linea S, atque etiam duabus lineis EZ et HT, linea O, ut demonstratum est in propositione 10 [= 11 apud



Euclidem] libri sexti. Tum quoniam $AB:GD = EZ:HT$, et $GD:S = HT:O$[1]), ea de causa ex aequali $AB:S = EZ:O$. Atqui ratio [lineae] AB ad S aequalis est rationi figurae similis supra AB descriptae ad figuram similem supra GD descriptam, ut demonstratum est in propositione 18 [= 19 apud Euclidem] libri sexti, et figura AKB similis est figura supra AB descripta, et figura GLD similis est figura supra GD descripta. Itaque AB est ad S ut figura AKB ad figuram GLD; atque eodem modo demonstramus EZ esse ad O ut figura EMZ ad figuram HNT. Atqui demonstratum est esse $AB:S = EZ:O$. Ergo figura AKB est ad figuram GLD ut figura EMZ ad figuram HNT. Quod erat demonstrandum.

Rursus sit figura AKB ad figuram GLD ut figura EMZ ad figuram HNT, ita ut figura AKB similis sit figurae GLD, et figura EMZ similis sit figurae HNT. Dico igitur quattuor lineas proportionales esse, ita ut sit $AB:GD = EZ:HT$.

[1]) Est enim

$$AB:GD = GD:S,$$
$$EZ:HT = HT:O$$

كنسبة هز الي فق ونعمل علي فق سطح فقص يشبه سطح حنط فخطوط اب جد هز فق متناسبة نسبة اب الي جد كنسبة هز الي فق وسطح الكب يشبه سطح جلد وسطح فقص يشبه سطح همز لانه يشبه سطح حنط فيما قدمنا آنفا تكون السطوح المعمولة علي الخطوط المتناسبة متناسبةً فنسبة سطح الكب الي سطح جلد كنسبة سطح همز الي سطح فقص وقد كانت نسبة سطح الكب الي سطح جلد كنسبة سطح همز الي سطح حنط فنسبة سطح همز الي سطح فقص والي سطح حنط نسبة واحدة واذا كانت مقادير نسبتها الي مقدار واحد نسبة واحدة فالمقادير متساوية كما بين ببرهان ٩ من ٥ فسطح فقص[1] مثل سطح حنط ومن اجل انّ سطح حنط مساو لسطح فقص وشبيه به فانّ الاضلاع التي توتر الزوايا المتساوية متساويةٌ[2] فخط حط اذًا مساو لخط فق وكانت نسبة اب الي جد كنسبة هز الي فق فنسبة اب الي جد كنسبة هز الي حط وذلك ما اردنا ان نبين ∴

---

[1] Codex praebet همز.

[2] Post متساوية addit codex ولان نسبة سطح حنط الى سطح فقص كنسبة حط الي فق مثناة وسطح حنط مساو لسطح فقص فخط حط مساو لساوي خط فق (uerba كنسبة ..... لسطح فقص iterantur in textu, sine dubio propter dittographiam), i. e. „Atqui quoniam figura *HNT* ad figuram *FCR* rationem duplicatam habet eius, quam habet *HT* ad *FC*, et figura *HNT* aequalis est figurae *FCR*, ea de causa linea *HT* aequalis est illi, quod aequale est lineae *FC*". Haec textui addita esse perspicuum est, nec dubium est,

Demonstratio. Sit $AB:GD = EZ:FC$, et describatur supra FC figura FCR similis figurae HNT.

Tum quattuor lineae AB, GD, EZ, FC proportionales sunt, ita ut sit $AB:GD = EZ:FC$; et figura AKB similis est figurae GLD, et figura FCR similis figurae EMZ, quoniam similis est figurae HNT. Atqui, ut supra demonstratum est, similes figurae supra lineas proportionales descriptae proportionales sunt. Itaque figura AKB est ad figuram GLD ut figura EMZ ad figuram FCR. Atqui figura AKB est ad figuram GLD ut figura EMZ ad figuram HNT. Itaque figura EMZ ad utramque figuram FCR et HNT eandem rationem habet. Et magnitudines, quae ad eandem magnitudinem eandem rationem habent, aequales sunt, ut demonstratum est in propositione 9 libri quinti. Itaque figura FCR aequalis est figurae HNT. Atqui quoniam figura HNT figurae FCR aequalis est et similis, ea de causa latera, quae sub aequalibus angulis subtendunt, aequalia sunt[2]). Itaque linea HT aequalis est lineae FC. Atqui $AB:GD = EZ:FC$. Ergo $AB:GD = EZ:HT$. Quod erat demonstrandum.

---

unde sumpta sint. Adfirmatur sine demonstratione, quoniam duae figurae aequales et similes sint, ea de causa latera earum correspondentia aequalia esse. Ut hoc probetur, opus est, ut demonstretur lemma, quo efficiatur, si duae figurae similes aequales sint, etiam latera earum bina quaeque correspondentia aequalia esse. Hoc lemma et demonstratio eius inueniuntur post prop. 22 libri VI textus Graeci ab Heibergio editi (Euclidis Elementa, Lips. 1884, uol. II, p. 144 sq.) Heiberg addit: „.... cum a ratione Euclidis abhorreat, eius modi res postea demum demonstrare nec suo loco in demonstratione insertas, puto, lemma subditiuum esse (sed Theone antiquius est); om. Campanus, nec res propria demonstratione eget.“ — Cfr. etiam T. L. Heath, The Thirteen Books of Euclid's Elements II p. 242 sq.

Uerba igitur illa ex hoc lemmate antiquo sumpta esse uidentur.

76 u.

الشكل الثالث والعشرون من المقالة السادسة

كل سطح متوازي الاضلاع علي قطره سطوح متوازية الاضلاع فهو يشبهها وهي متشابهة مثاله ان سطح ابجد متوازي الاضلاع وقطره خط بد وعليه سطح بهكط وسطح دزكح وهما متوازيا الاضلاع وسطح هط يشارك سطح دب في زاوية ابج فاقول ان سطحي[1] حز هط يشبهان سطح دب وهما متشابهان برهانه ان مثلث ادب فيه خط كز يوازي قاعدة اب فنسبة بك الي كد كنسبة از الي زد وذلك ببرهان ٢ من ٦ وايضا في مثلث بدج خط حك يوازي قاعدة بج فنسبة بك الي كد كنسبة جح الي حد وقد كانت نسبة بك الي كد كنسبة از الي زد واذا كانت مقادير نسبتها كنسبة مقادير اخر فانّ المقادير متناسبة ببرهان ١١ من ٥ فنسبة از الي زد كنسبة جح الي حد فاذا ركّبنا كانت نسبة اد الي دز كنسبة جد الي دح وزاوية د مشتركة للسطحين والاضلاع المحيطة بها متناسبة فسطح حز يشبه سطح دب وكذلك يتبين ان سطح هط يشبه سطح دب واقول ايضا ان سطح حز يشبه سطح هط لانّها جميعا يشبهان سطح دب وقد تبين ببرهان ٢١ من ٦ ان السطوح الشبيهة بسطح واحد هي ايضا متشابهة وذلك ما اردنا ان نبين ∴ وقد يعلم برهان الخفّ وذلك انّ سطح حز متوازي الاضلاع وسطح دب متوازي الاضلاع فخطّ حط يوازي اد واد يوازي جب وكذلك هز يوازي اب فزاوية دحك الخارجة مثل زاوية دجب

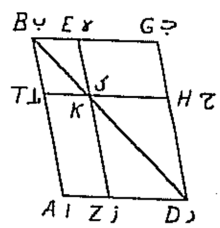
[1] Codex praebet سطح.

Propositio XXIII [XXIV apud Euclidem] libri sexti. 76 a.

Quodcunque parallelogrammum circa diametrum suam parallelogramma habet, iis simile est, et illa inter se similia sunt.

Exemplificatio. Sit figura $ABGD$ parallelogrammum, et linea BD diametrus eius; et sit utraque figura $BEKT$ et $DZKH$ parallelogrammum circa BD, ita ut figura ET angulum ABG communem habeat cum figura DB. Dico igitur figuras[1]) HZ et ET similes esse figurae DB, atque alteram alteri similem.

Demonstratio. In triangulo ADB linea KZ basi AB parallela est. Itaque $BK:KD = AZ:ZD$, per propositionem 2 libri sexti. Rursus in triangulo BDG linea HK basi BG parallela est. Itaque $BK:KD = GH:HD$. Atqui $BK:KD = AZ:ZD$. Et magnitudines, quae eandem rationem habent, quam habent aliae magnitudines, proportionales sunt, per propositionem 11 libri quinti. Itaque $AZ:ZD = GH:HD$; et si componimus, $AD:DZ = GD:DH$. Atqui angulus ad D communis est duabus figuris, et latera eum comprehendentia proportionalia sunt. Ergo figura HZ similis est figurae DB. Et eodem modo demonstrari potest figuram ET similem esse figurae DB.



Dico etiam figuram HZ similem esse figurae ET, quoniam utraque similis sit figurae DB, et demonstratum sit in propositione 21 libri sexti figuras, quae eidem figurae similes sint, etiam inter se similes esse. Quod erat demonstrandum.

Est tamen facilior demonstratio, quae sequitur. Figura HZ parallelogrammum est, atque etiam figura DB parallelogrammum est. Itaque linea HT parallela est [lineae] AD, et AD [lineae] GB, ac similiter EZ [lineae] AB. Itaque angulus externus DHK angulo interno DGB aequalis est, per propositionem 29 libri primi, atque etiam angulus externus DZK angulo interno DAB. Atqui angulus ADG communis est utrique figurae. Itaque reliquus angulus internus HKZ aequalis est reliquo angulo

[1]) „figuram" in textu.

الداخلة وذلك ببرهان ٢٩ من ١ وكذلك زاوية دزك الخارجة مساوية لزوية داب الداخلة وزاوية ادج مشتركة[1] للسطحين جميعا فتبقي زاوية حكز الداخلة مثل زاوية ابج الخارجة فزوايا سطح حز مثل زوايا سطح دب وكل السطوح التي زواياها متساوية فالاضلاعها المحيطة بالزوايا المتساوية متناسبة ببرهان ٤ من ٦ فسطح حز يشبه سطح دب وكذلك نبين ان سطح هط يشبه سطح دب وهما جميعا متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين .·.

الشكل الرابع والعشرون من المقالة السادسة

اذا فصل من سطح متوازي الاضلاع شكل متوازي الاضلاع مشابه للشكل الاعظم ووضع وضعا مشابها له يشتركان في زاوية فانه علي قطره مثاله انّ متوازي هح قد فصل من متوازي اج وهما متشابهان ووضعهما وضع متشابه وقد اشتركا في زاوية ادج فاقول ان سطح هح علي قطر سطح اج والقطر دزب برهانه انه لا يمكن غيره فان امكن فليكن علي خط دطب ولا يكن خط دزب قطرا ان امكن ولكن يكون القطر دطب ونخرج هز يمرّ بنقطة ط ونخرج طك يوازي اد فتوازي دك علي قطر متوازي اج لانا جعلنا القطر دطب فببرهان ٢٣ من ٦ متوازي دك يشبه متوازي اج والاضلاع المحيطة بالزوايا المتساوية[2] متناسبة فنسبة جد الي دك كنسبة اد الي ده وايضا فانا وضعنا انّ متوازي هح يشبه متوازي اج فنسبة جد

---

1) مشتركة in margine.

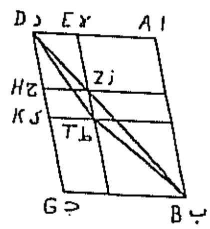
2) Codex praebet المتشابهة, i. e. „simile“.

externo[1]) ABG. Itaque anguli figurae HZ aequales sunt angulis figurae DB. Et omnes figurae, quarum anguli aequales sunt, latera angulos aequales comprehendentia proportionalia habent, per propositionem 4 libri sexti[2]). Ergo figura HZ similis est figurae DB. Et eodem modo demonstramus figuram ET similem esse figurae DB atque illos [ET et HZ] inter se similes esse. Quod erat demonstrandum.

Propositio XXIV [XXVI apud Euclidem] libri sexti.

Si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum maiori simile et similiter positum et communem angulum cum illo habens, circa diametrum eius est.

Exemplificatio. Auferatur parallelogrammum EH a parallelogrammo AG. Sint similia inter se ac similiter posita[3]), et habeant communem angulum ADG. Dico igitur figuram EH esse circa diametrum figurae AG, cum diametrus sit DZB.



Demonstratio. Aliter esse non potest. Nam si fieri potest, sit circa lineam DTB, et si fieri potest, non sit linea DZB diametrus, sed diametrus sit DTB. Producatur EZ, ut transeat per punctum T, et ducatur TK [lineae] AD parallela. Tum parallelogrammum EK circa diametrum est parallelogrammi AG, quoniam fecimus diametrum DTB. Itaque per propositionem 23 [= 24 apud Euclidem] libri sexti parallelogrammum EK simile est parallelogrammo AG, et

[1]) Non recte uocantur hi anguli „internus“ et „externus“. Errauisse uidetur librarius.

[2]) Ualet haec propositio tantum in triangulis; quare haec „facilior demonstratio“ non sufficit (etiam parallelogramma TZ et EH angulos aequales habent neque tamen similia sunt). Cf. Euclides ed. Heiberg II p. 153 et Heath, Euclid's Elements II p. 252 sq., ubi agitur etiam de propositionum ordine. (C. J.)

[3]) Supra uersum ووضع وضعا متشابها, i. e. „et similiter posita sunt“.

الي دح كنسبة اد الي ده وكانت نسبة جد الي دك كنسبة اد الي ده والمقادير التي هي علي نسبة مقادير اخر فان المقادير متناسبة ببرهان ١١ من ٥ فنسبة جد الي دك كنسبة جد الي دح فنسبة جد الي دك ودح واحدة واذا كانت نسبة مقدار الي مقادير نسبة واحدة فان المقادير متساوية ببرهان ٩ من ٥ فخط دك مساوٍ لخط دح الاعظم مساوٍ للاصغر هذا محال غير ممكن فليس
خط دطب قطرًا لمتوازي اج وليس يمكن ان يكون قطره غير دزب الذي 77 r.
عليه متوازي هح وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل الخامس والعشرون من المقالة السادسة

اذا تساوت زاويتان من سطحين متوازيي الاضلاع فنسبة احدهما الي الآخر مؤلّفة من نسبة اضلاعهما[1] مثال الخبر انّ سطحي[2] اج جز متوازيا الاضلاع وزاوية بجد مثل زاوية هجح فاقول انّ نسبة اج الي جز هي نسبة بج الي جح مثنّاة بنسبة دج الي جه برهانه ان سطحي اج جز ان كانا منفصلين فانا نصلهما بزاويتي ج لان خط بج يتصل بخط جح ويصيران خطا واحدًا مستقيما وكذلك اذا وصلنا دج بخط جه اتصلا وصارا خطا

1) Post اضلاعهما sequuntur uerba interpolata: وسوآ قلنا اذا تساوت زاويتان من سطحين او قلنا اذا تساوت زوايا سطحين لانه اذا تساوت زاويتان منهما فانّ الزاويتين اللتين تقابلانهما تساويان هاتين الزاويتين وتبقي في كلّ واحد من السطحين زاويتان متساويتان وتتساويان فتصير الاربع الزوايا متساوية اعنى انّ الزاويتين الباقيتين في احد السطحين تساويان الزاويتين الباقيتين في السطح الآخر.

2) Codex praebet سطح.

latera angulos aequales[1]) comprehendentia proportionalia sunt. Itaque $GD:DK = AD:DE$.

Rursus quoniam posuimus parallelogrammum EH simile esse parallelogrammo AG, ea de causa $GD:DH = AD:DE$. Atqui $GD:DK = AD:DE$. Et magnitudines, quae eandem rationem habent, quam habent aliae magnitudines, proportionales sunt, per propositionem 11 libri quinti. Itaque $GD:DK = GD:DH$. Itaque GD eandem rationem habet ad DK et ad DH. Et magnitudines, quae ad eandem magnitudinem eandem rationem habent, aequales sunt, per propositionem 9 libri quinti[2]). Itaque linea DK aequalis est lineae DH, maior aequalis minori, quod absurdum est nec fieri potest. Ergo linea DTB non est diametrus parallelo- 77 r.
grammi AG, nec fieri potest, ut diametrus eius non sit DZB, circa quam est parallelogrammum EH. Quod erat demonstrandum.

Propositio XXV [= XXIII apud Euclidem] libri sexti.

Si duorum parallelogrammorum duo anguli aequales sunt, ratio alterius ad alterum composita est ex rationibus laterum eorum[3]).

Exemplificatio. Datum est duas figuras[4]) AG et GZ parallelogramma esse et angulum BGD aequalem esse angulo EGH. Dico igitur rationem [parallelogrammi] AG ad GZ rationem esse [lineae] BG ad GH per rationem [lineae] DG ad GE multiplicatam.

---

1) „similes" المتشابهة in textu.

2) Ad uerbum: „et si magnitudo ad magnitudines eandem rationem habet, magnitudines aequales sunt" etc.

3) Sequuntur haec in textu, quod sine dubio glossema est: „Nihil differt, siue dicimus „Si duorum parallelogrammorum duo anguli aequales sunt" siue „Si duorum parallelogrammorum anguli aequales sunt". Nam si duo anguli eorum aequales sunt, duo anguli his oppositi his duobus angulis aequales sunt, atque ita in utroque parallelogrammo bini anguli inter se aequales sunt, qui [binis alteris] aequales sunt, ita ut anguli quaterni singillatim inter se aequales sint, i. e. duo reliqui anguli unius parallelogrammi duobus reliquis angulis alterius parallelogrammi aequales sunt."

4) „figuram" in textu.

واحدا مستقيما وتبقى الزاويتان على حاليهما متساويتين ونتمم سطح جط ونفرض خطوط ك ل م الثلثة ونجعل نسبة بج الي جح كنسبة ك الي ل ونسبة دج الي جه كنسبة ل الي م فنسبة بج الي جح كنسبة ك الي ل ونسبة دج الي جه كنسبة ل الي م فنسبة ك الي م كنسبة بج الي جح مثناة بنسبة دج الي جه لكن نسبة بج الي جح كنسبة متوازي اج الي متوازي دح ببرهان ١ من ٦ ونسبة دج الي جه كنسبة متوازي دح الي متوازي جز فنسبة متوازي اج الي متوازي دح كنسبة ك الي ل فنسبة متوازي دح الي متوازي جز كنسبة ل[1] الي م فبالمساواة تكون نسبة متوازي اج الي متوازي جز كنسبة ك الي م لكنا قد بينا ان نسبة ك الي م مولفة من نسبة بج الي جح ومن نسبة دج الي جه اعنى انها[2] كنسبة بج الي جح مثناة بنسبة دج الي جه فنسبة متوازي اج الي متوازي جز كنسبة بج الي جح مثناة بنسبة دج الي جه وذلك ما اردنا ان نبين ∴

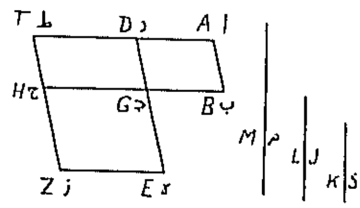
قال النريزي تثنية النسبة وتاليف النسبة انما هو تضعيف النسب بعضها ببعض مثال ذلك انا نفرض انّ بج جح دج جه من المقادير المشتركة وليقدرها كلها الذراع الواحد حتى يكون بج اربع اذرع وجد ذراعين وجح ثماني اذرع وجه عشر اذرع فسطح اج يعدّه السطح المتساوي الاضلاع الذي كل ضلع منه ذراع واحد وزواياه مساوية لزوايا سطح اج ثماني مرّات وذلك السطح بعينه يعدّ سطح جز ثمانين مرّة فسطح اج عشر سطح جز فاذا ضاعفنا العدد

[1]) Codex praebet ك.

[2]) Codex praebet انّه.

Demonstratio. Si duo parallelogramma AG et GZ seiuncta sunt, coniungantur in duobus angulis ad G. Tum enim linea BG coniungitur cum linea GH, ut fiat una linea recta; ac similiter, si coniungitur DG cum linea GE, uniuntur et fit una linea recta; duo autem anguli reliqui manent, quales erant[1]), aequales. Expleatur parallelogrammum GT, et sumantur tres lineae K, L, M, et sit $BG:GH = K:L$ et $DG:GE = L:M$.

Tum $BG:GH = K:L$ et $DG:GE = L:M$. Itaque $K:M = BG:GH$ multiplicata per $DG:GE$. Atqui BG est ad GH ut parallelogrammum AG ad parallelogrammum DH, per propositionem 1 libri sexti; et DG est ad GE ut parallelogrammum DH ad parallelogrammum GZ. Itaque parallelogrammum AG est ad parallelogrammum DH ut K ad L; et parallelogrammum DH est ad parallelogrammum GZ ut L ad M[2]). Itaque ex aequali parallelogrammum AG est ad parallelogrammum GZ ut K ad M.



Atqui demonstrauimus rationem [lineae] K ad M compositam esse ex ratione [lineae] BG ad GH et [lineae] DG ad GE; i. e. aequalem esse rationi [lineae] BG ad GH per rationem [lineae] DG ad GE multiplicatam. Ergo parallelogrammum AG est ad parallelogrammum GZ ut $BG:GH$ per $DG:GE$ multiplicata. Quod erat demonstrandum.

Al-Narîzî dixit: Rationem „duplicare" siue rationem „componere" nihil aliud significat quam rationem alteram per alteram multiplicare. E. g. sint BG, GH, DG, GE magnitudines commensurabiles, et omnes metiatur unus cubitus. Sicut sit BG quattuor cubitorum, DG duorum cubitorum, GH octo cubitorum, GE decem cubitorum. Itaque figura aequilatera, cuius quodque latus unius est cubiti, anguli uero angulis figurae AG aequales sunt, figuram AG octies metietur; atque eadem figura

[1]) Ad uerbum: „in suo statu (siue condicione)" (على حالها).

[2]) „ut K ad M" in textu.

السمي لنسبة بج الي جح[1] وهو النصف بالعدد السمي لنسبة دج الي جه الذي هو الخمس كان المجتمع العشر الذي هو نسبة سطح اج الي سطح جز ∴

الشكل السادس والعشرون من المقالة السادسة

نريد ان نبين كيف نعمل سطحا شبيها بسطح معلوم ومساويا لسطح اخر معلوم فنجعل | الشبيه سطح ابج والمساوي سطح د فنريد ان نبين كيف 77 n.
نعمل سطحا يشبه سطح ابج ويساوى سطح د فنضيف الي خط بج سطحا مساويا لسطح ابج كما بين عمله ببرهان ٤٤ من ١ وليكن سطح بز ونضيف الي خط جز سطحا يساوي سطح د وليكن سطح زح ونستخرج بين خطي بج جح خطا مناسبا لهما كما بين استخراجه ببرهان ١٠ من ٦ وليكن خط طك ونعمل عليه سطحا يشبه سطح ابج كما بين عمله ببرهان ٢٠ من ٦ وليكن سطح كلط فنسبة بج الي طك كنسبة طك الي جح فيكون نسبة بج الاول الي جح الثالث كنسبة الشبيه المعمول على بج الاول الذي هو ابج الي الشبيه المعمول علي طك الثاني الذي هو طلك ببرهان ١٨ من ٦ لكن نسبة بج الي جح كنسبة سطح بز الي سطح زح فاذا بدلنا كانت نسبة سطح ابج الي سطح بز كنسبة سطح طلك الي سطح زح وسطح ابج مساو لسطح بز فسطح طلك مساو لسطح زح لكن سطح زح[2] عمل مساويا[3] لسطح د فسطح طلك مساو لسطح د وعملناه مشابها لسطح ابج

[1]) Codex praebere uidetur جد.

[2]) Codex praebet زمح.

[3]) عمل مساويا bis in codice.

figuram GZ octogies metietur. Itaque figura AG decima est pars figurae GZ. Si uero multiplicamus numerum, qui rationem $BG:GH$ denominat, qui est duo, per numerum, qui rationem $DG:GE$ denominat, qui est quinque, euadit numerus decem; quae est ratio figurae AG ad figuram GZ.

Propositio XXVI [= XXV apud Euclidem] libri sexti.

Cupimus monstrare, quomodo figura construatur datae figurae similis et alii figurae datae aequalis.

Sit ABG figura similis et D figura aequalis[1]). Cupimus mon- 77 u.
strare, quomodo figura construatur figurae ABG similis et figurae D aequalis.

Adplicetur lineae BG parallelogrammum BZ figurae ABG aequale, ut monstratum est in propositione 44 libri primi, et lineae GZ parallelogrammum ZH figurae D aequale; et sumatur duarum linearum BG et GH media proportionalis TK, ut monstratum est in propositione 9[2]) [= 13 apud Euclidem] libri sexti, et construatur supra eam figura KLT similis figurae ABG, ut monstratum est in propositione 20 [= 18 apud Euclidem] libri sexti.

Tum $BG:TK = TK:GH$. Itaque prima BG est ad tertiam GH ut similis figura ABG supra primam BG descripta ad similem figuram TLK supra secundam TK descriptam, per propositionem 18 [= 19 apud Euclidem] libri sexti. Atqui BG est ad GH ut figura BZ ad figuram ZH[3]). Et alternando figura ABG est ad figuram BZ ut figura TLK ad figuram ZH. Atqui figura ABG aequalis est figurae BZ. Itaque figura TLK aequalis est figurae ZH. Atqui figura ZH aequalis facta[4]) erat figurae D.

---

[1]) Sic in textu Arabico. Exspectari autem poterat: „Sit ABG figura, cui similis debet esse figura construenda, et D figura, cui aequalis debet esse".

[2]) „propositione 10" in textu.

[3]) Deest gradus demonstrationis: „Itaque $ABG:TLK = BZ:ZH$".

[4]) Uerba „aequalis facta" iterantur in textu per dittographiam.

فقد عملنا سطح طالك شبيها بسطح ابج المعلوم ومساويا لسطح آخر معلوم وهو د وذلك ما اردنا ان نبين ∴ قال النريزي وليكن لهذا الشكل مثال علي جهة الاعداد فنجعل مساحة مثلث ابج اربعة وستين وقاعدة بج ثمنية فاذا اضفنا الي بج سطحا قايم الزوايا مثل[1] مثلث ابج فانّ ضلعه الثاني الذي هو جز يكون ثمانية فتوازي بز متساوي الاضلاع ونجعل سطحا مساحتهماية واربعة واربعون اذا اضفناه الي جز كان ضلعه الثانى الذي هو جح ثمنية عشر من العدد فاذا اخرجنا بين خطي بج جح خطا ثالثا يناسبها فيما بينهما مثل خط كط يكون اثني عشر فاذا عملنا علي كط[2] مثلثا يشبه مثلث ابج فان عموده يكون اربعة وعشرين وذلك ان عمود مثلث ابج ستة عشر وذلك ان نسبة عمود مثلث ابج الي عمود مثلث طكل كنسبة ضلع بج الي ضلع كط فمثلث طكل يشبه مثلث ابج ويساوي متوازي د وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل السابع والعشرون من المقالة السادسة

اذا اضيف سطح متوازي الاضلاع معلوم الي نصف خط معلوم فان السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الي الخط كله الناقصة عن تمام الخط سطوحا متوازية الاضلاع علي قطر السطح المضاف الي نصف الخط وتكون[3]

---

[1]) Post مثل codex praebet سطح.

[2]) Codex praebet كل.

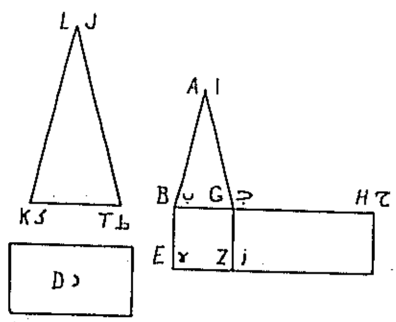
[3]) Codex praebet يكون. [4]) Cfr. adnotatio p. 127.

[5]) Textus praebet „figurae trianguli". At „figurae" (شكل) certe supervacaneum est.

[6]) „KL" in textu. [7]—[7]) Omittit Gh. Cr. (p. 183, 19).

Itaque figura TLK aequalis est figurae D. Et construximus eam figurae ABG similem. Ergo construximus figuram TLK datae figurae ABG similem et alii figurae datae D aequalem. Quod erat demonstrandum[4]).

Al-Narizi dixit: Sumatur exemplum arithmeticum huius propositionis. Fiat area trianguli ABG 64, et basis BG 8. Tum, si adplicamus ad BG figuram rectilineam aequalem triangulo[5]) ABG, alterum latus eius GZ est 8. Itaque parallelogrammum BZ aequilaterum est.



Faciamus tum figuram, cuius area est 144. Si adplicamus eam ad GZ, alterum latus eius GH est 18. Tum, si sumimus duarum linearum BG et GH mediam proportionalem, e. g. lineam KT, haec est 12. Et si construimus supra KT[6]) triangulum similem triangulo ABG, perpendicularis eius est 24,[7]) quoniam perpendicularis trianguli ABG est 16[7]). Nam perpendicularis trianguli ABG est ad perpendicularem trianguli TKL ut latus BG ad latus KT (i. e. $16:24 = 8:12$). Ergo triangulus TKL similis est triangulo ABG et aequalis parallelogrammo D. Quod erat demonstrandum.

Propositio XXVII libri sexti.

Si parallelogrammum datum adplicatur dimidio lineae datae, omnium parallelogrammorum, quae adplicata sunt toti[8]) lineae, sed integrae [longitudini] lineae deficiunt[9]) parallelogrammis,

[8]) Sic in textu (الى الخط كلّه). Legi quidem poterat كلها ad parallelogramma relatum. At perspicuum est, quid uelit dicere: „Omnium parallelogrammorum, quae adplicari possunt lineae per totam eius longitudinem", i. e. singulis lineae partibus, quae condicionibus postea datis satisfaciunt.

[9]) Uerba „integrae ... lineae" respondent uerbo „Deficient" quod praebet Heath; et sic semper in his propositionibus.

مُشابهة للسطح المعمول علي نصف الخط ووضعها كوضعه ثان اعظم هذه
السطوح كلّها السطح المتوازي الاضلاع المعمول علي نصف الخط الآخر المتمّم
للسطح المعلوم مثاله ان الخط المعلوم اب ونصفهُ بج وقد اضيف اليه سطح
جز وهو متوازي الاضلاع معلوم وقد تمّ سطح جه وهو المعمول علي خط اج
الذي هو النصف الآخر من الخط وقد اضيف الي خط اب سطح آخر متوازي
الاضلاع وهو متوازي اك ينقص عن تمام الخط متوازي كب شبيهاً بمتوازي
جز المعلوم المضاف الي جب الذى هو نصف الخط وعلي قطره فاقول ان سطح
اك [1]ليس باعظم[1] من سطح جه المعمول علي نصف الخط الآخر برهانه ان
سطح كب يشبهُ سطح جز وعلي قطره ونتمّم سطح مب واج مثل بج ومثل
هم | وبج مثل مز فهم مثل مز فتوازي هط مثل متوازي طز فاذا اسقطنا 78 r.
سطح مك يبقى متوازي هط اعظم من متوازي كز لكن متوازي كز مثل
متوازي جك[2] لانها متمّمان وعن جنبتى قطر مب كما بيّن ببرهان ٤٣ من ١
فسطح هط اعظم من سطح جك[3] وناخذ سطح اط مشتركا فجميع سطح هج
اعظم من جميع سطح اك وذلك ما اردنا ان نبين ∴

[1]—[1], in margine, cum signo صح; in textu legitur اصغر.

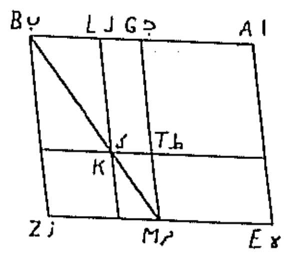
[2] Supra جك legitur طل, quod aliud est nomen eiusdem figurae (rectanguli).

[3] جك supra uersum. Textus praebet طل.

[4] „maiorem quam" in margine, addito „recto" (صح); „minorem quam" in textu.

quae sunt circa diametrum parallelogrammi dimidio lineae adplicati et similia sunt parallelogrammo supra dimidium lineae descripto et similiter posita, maximum est illud, quod supra alterum dimidium lineae descriptum est, dati parallelogrammi complementum.

Exemplificatio. Sit AB linea data et BG eius dimidium, et adplicetur ei [BG] figura GZ, quod est parallelogrammum datum. Expleatur figura GE, quod est parallelogrammum supra alterum lineae dimidium AG descriptum; et adplicetur lineae AB alterum parallelogrammum AK, quod deficiat integrae [longitudini] lineae parallelogrammo KB, quod simile est dato parallelogrammo GZ [lineae] GB adplicato, quae est dimidium lineae [AB], et circa eius diametrum est. Dico igitur figuram AK non maiorem esse quam[4]) figuram GE, quae descripta est supra alterum lineae dimidium.



Demonstratio. Parallelogrammum KB simile est parallelogrammo GZ et circa eius diametrum est. Expleatur figura GZ[5]). Tum 78 r.
$AG = BG = EM$ et $BG = MZ$; itaque $EM = MZ$. Itaque parallelogrammum ET aequale est parallelogrammo TZ. Tum, si tollimus parallelogrammum MK, parallelogrammum ET maius est parallelogrammo KZ. Atqui parallelogrammum KZ aequale est parallelogrammo GK[6]), quoniam utrumque complementum est parallelogrammi, quod est circa diametrum MB, ut demonstratum est in propositione 43 libri primi. Ergo figura ET maior est quam figura TL [GK]; et si addimus communem figuram AT, tota figura EG maior est quam tota figura AK. Quod erat demonstrandum.

---

[5]) „GZ" in margine; „MB" in textu. In margine حرث خطوط الشكل, i. e. „lineae figurae".

[6]) „TL" supra uersum.

الشكل الثامن والعشرون من المقالة السادسة

نريد ان نبيّن كيف نضيف الي خط مستقيم معلوم سطحًا متوازي الاضلاع ينقص عن تمامه سطحًا شبيهًا بسطح متوازي الاضلاع معلوم ويكون المضاف مساويًا لشكلٍ مّا مستقيم الخطوط معلوم ويكون ذلك الشكل المستقيم الخطوط ليس باعظم من المتوازي الاضلاع المضاف الي نصف الخط المعلوم الشبيه بالناقص فليكن الخط المعلوم اب والسطح المساوي للمضاف مثلث ج وليس هو باعظم من المتوازي المضاف الي نصف الخط ونجعل المتوازيَ الشبيهَ بالناقص سطح دز ونريد ان نبيّن كيف نضيف الي خط اب سطحًا متوازيًا مساويًا لمثلث ج ينقص عن تمام الخط سطحًا يشبه سطح دز فنقسم اب بنصفين علي نقطة ح ونعمل على خط بح سطحًا شبيهًا بسطح دز كما بيّن عمله ببرهان ۲۰ من ٦ وهو لكح ونتمم سطح اط فان كان سطح اط مساويًا لمثلّث ج فقد عملنا ما اردنا لانه قد عُمل علي خط اب متوازي اط يساوي مثلث ج وينقص عن تمام الخط متوازي لكح يشبه سطح دز وان كان متوازي اط اعظم من سطح ج فليكن ما يزيد عليه مُساويًا لسطح لن ونجعل سطح لن يُشبه سطح دز لكن متوازي دز جعلناهُ يُشبهُ متوازي حك فتوازي لن يشبه متوازي حك ونسبة من الي طح كنسبة مل الي طك وطح اعظم من من وطك اعظم من مل فنفصل طس مثل من وطع مثل مل ونتمّ متوازي سع وهو علي قطر سطح لكح اعنى علي خط طفب ونتمّم ايضًا سطوح مق حف اس عق[1] فمن

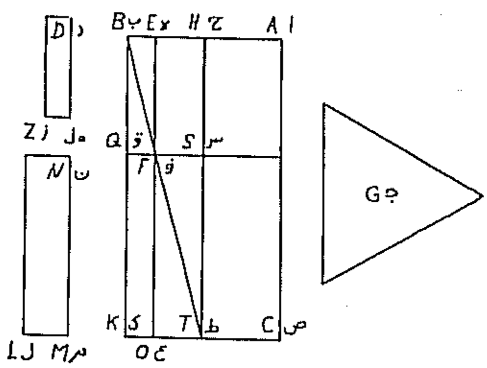
[1] In margine: .نخ فسطح لكح مثل سطح اط والك مثل ج ونل

Propositio XXVIII libri sexti.

Cupimus monstrare, quomodo rectae lineae datae adplicetur parallelogrammum, quod deficiat integrae [longitudini] lineae parallelogrammo dato parallelogrammo simili, ita ut parallelogrammum adplicandum aequale sit figurae rectilineae datae, quae non maior sit quam parallelogrammum datum dimidio lineae adplicandum et defectui[1]) similis.

Sit AB linea data, et triangulus G figura [parallelogrammo] adplicando aequalis, quae non maior sit quam parallelogrammum dimidio lineae adplicatum. Et sit figura DZ parallelogrammum, cui defectum similem esse oporteat.

Cupimus monstrare, quomodo lineae AB adplicetur parallelogrammum triangulo G aequale et parallelogrammo figurae DZ simili integrae [longitudini] lineae deficiens.



Sit AB dimidiata in puncto H, et describatur supra lineam BH parallelogrammum KH simile figurae DZ, ut monstratum est in propositione 20 [= 18 apud Euclidem] libri sexti. Expleatur figura AT.

Tum, si figura AT aequalis est triangulo G, construximus figuram, quae requirebatur, quoniam supra lineam AB constructum est parallelogrammum AT triangulo G aequale et parallelogrammo KH figurae DZ simili integrae longitudini lineae deficiens. Si uero parallelogrammum AT maior sit quam figura G, excedat illam figura LN, et faciamus figuram LN figurae DZ

---

[1]) „Defectus" illud est parallelogrammum, quo parallelogrammum adplicandum deficit integrae [longitudini] lineae. Eodem uerbo utitur Heath.

اجل ان سطح كح اعظم من مثلث ج اعنى سطح اط وسطح نل هو فضل
سطح حك علي مثلث ج فسطح حك مساوِ لمجموع سطحي ج ونل لكن
متوازي سع عمل مثل سطح لن فننقص سطح سع المشترك فيبقى علم
سدقع مساويًا لمثلث ج ومتمم حف مثل متمم فك ببرهان ٤٣ من ١
وناخذ سطح فب مشتركًا فجميع سطح حق مثل جميع سطح دك وخط اح
مثل خط حب فسطح اس مثل سطح حق ببرهان [1]٣٦[1] من [1]١[1] لكن
سطح حق قد تبين انه مساوِ لسطح دك ونجعل سطح حف مشتركًا فيكون جميع
سطح اف مساويًا لعلم سدقع وعلم سدقع مساوِ لمثلث ج فسطح اف مساوِ
لمثلث ج فقد تبين انا قد اضفنا الي خط اب سطح اف مساويًا لمثلث ج ينقص
عن تمام الخط كله سطح فب شبيهًا بسطح دز المعلوم [2]وذلك ان سطحي
فب سع علي قطر متوازي حك فهما شبيهان لكن سطح سع مساوِ لسطح
نل ومشابه لسطح دز فسطح فب يشبه سطح دز وايضًا فان سطح فب
معمول علي قطر سطح حك وسطح حك عمل شبيهًا بسطح دز فسطح فب
يشبه سطح دز[2] وذلك ما اردنا ان نبين ∴ قال النريزي ليس يمكن ان

---

[1]—[1]) lacuna in codice.

[2]—[2]) uerba fortasse interpolata.

[3]) Rectius e contrario.

[4]) In margine: ثخ فسطح كح مثل سطح اط واك مثل ج ونل, i. e. „Tum figura *KH* aequalis est figurae *AT*, et *AT* (*AK* in codice) aequalis est *G* et *NL*".

[5]) In margine: تخ علم سحبكع وهما واحد, i. e. „Gnomon *SHBKO*; et sunt iidem". Quae sumpta sunt ex alio codice.

[6]) „36 libri primi" desunt in codice.

similem. Atqui fecimus parallelogrammum DZ parallelogrammo HK simile[3]). Itaque parallelogrammum LN simile est parallelogrammo HK, et $MN:TH = ML:TK$, et TH maior est quam MN, TK maior quam ML.

Tum abscidatur TS aequalis [lineae] MN, et TO aequalis [lineae] ML, et expleatur parallelogrammum SO circa diametrum parallelogrammi KH, i. e. circa lineam TFB. Expleantur etiam parallelogramma EQ, HF, AS, OQ[4]).

Tum, quoniam parallelogrammum KH, i. e. parallelogrammum AT, maius est quam triangulus G, et parallelogrammum NL illud est, quo figura HK triangulum G excedit, ea de causa figura HK aequalis est summae duarum figurarum G et LN. Atqui parallelogrammum SO constructum erat figurae LN aequale. Subtrahatur igitur figura communis SO, et relinquitur gnomon $SEQO$[5]) triangulo G aequalis. Atqui complementa HF et FK aequalia sunt, per propositionem 43 libri primi. Itaque si addimus communem figuram FB, tota figura HQ aequalis est toti figurae EK. Atqui linea AH aequalis est lineae HB. Itaque figura AS aequalis est figurae HQ, per propositionem 36 libri primi[6]). Atqui figura HQ demonstrata est aequalis esse figurae EK. Itaque si addimus communem figuram HF, tota figura AF aequalis est gnomoni $SEQO$. Atqui gnomon $SEQO$ aequalis est triangulo G. Itaque figura AF aequalis est triangulo G; et adparet nos adplicuisse lineae AB figuram AF triangulo G aequalem et figura FB datae figurae DZ simili integrae [longitudini] totius lineae deficientem[7]). Nam duae figurae FB et SO circa diametrum sunt parallelogrammi HK. Itaque altera alteri similis est. Atqui figura SO aequalis est figurae NL et similis figurae DZ. Ergo figura FB similis est figurae DZ. Et rursus, quoniam figura FB descripta est circa diametrum figurae HK, et figura HK facta erat similis figurae DZ, ea de causa figura FB similis est figurae DZ. Quod erat demonstrandum.

---

[7]) Quae sequuntur, uidentur esse glossema in textum insertum, uel potius duo glossemata.

يضاف الي كل خط سطح ينقص عن[1] تمام الخط | سطحًا شبيهًا بسطح قايم 78 u.
الزوايا الا بعد ان يكون السطح الذي تراد اضافته ليس باعظم من المضاف
الي نصف الخط المعلوم الشبيه بالناقص كما قال وانما قدم الشكل الذي قبله
لهذا المعنى بعينه فنجعله علي جهة الاعداد ليظهر مثاله ظهورًا بيّنًا فنجعل
ساحة مثلث ج الفًا واربعًا وعشرين ذراعًا ونجعل طول خط اب اربعين
ذراعًا ونجعل طول ضلع ده[2] اربعة امثال ضلع هز فيكون اح عشرين ذراعًا
فاذا اضفنا الي خط اح سطحًا شبيها بسطح دز وهو سطح اط فظاهر انّ
خط حط المساوي لخط اس يكون ثمنين ذراعًا فانه اذا كانت نسبة ده الي
هز كنسبة اس الي اح وده اربعة امثال هز يحتاج ان يكون اس ايضًا اربعة
امثال اح فاس ثمنون ذراعًا واح فرض عشرين ذراعًا فسطح اط تكون
مساحته الفًا وستماية ذراع وهو اعظم من مساحة مثلث ج فناخذ من سطح
اط مثل مثلث ج فيكون الباقي خمس ماية وستًا وسبعين ذراعًا فنعمل منه
سطح نل شبيهًا بسطح دز كالذي بيّن عمله ببرهان ٢٦ من ٦ فظاهر ان
ضلع نم يجب ان يكون اربعة امثال ضلع مل فضلع نم اذًا ثمان واربعون
ذراعًا وضلع مل اثنتا عشرة ذراعًا لان ثمنية واربعين اربعة امثال اثنى عشر
ومضروب احدهما في الآخر خمس ماية وست وسبعون ذراعًا ∴ واما علي جهة
الاعداد فانا نريد ان نبيّن كيف نجد عددين او خطّين يكون احدهما اربعة
امثال الآخر ويكون مضروب احدهما في الآخر خمس ماية وستة وسبعين
فننزل ان خط بز هو الاعظم وخط زس الاصغر وانّ بز اربعة امثال زس
ومضروب بز في زس خمس ماية وست وسبعون ذراعًا فاذا قسمنا بز باربعة

Al-Narîzî dixit: Fieri non potest, ut ulli lineae adplicetur figura, quae figura rectangulari figurae simili integrae [longitu- 78 u. dini] lineae deficiat, nisi figura adplicanda non maior est quam illa, quae dimidio lineae datae adplicata est, et similis est defectui, sicut dixit [Euclides]; atque hac ipsa de causa propositionem antecedentem anteposuit.

Arithmetice igitur rem exponamus, ut exemplum perspicuum habeamus. Sit area trianguli G 1024 cubitorum, lineae AB longitudo 40 cubitorum, lateris DI longitudo quater lateris IZ. Tum AH est 20 cubitorum, et si adplicamus lineae AH figuram AT figurae DZ similem, adparet lineam HT, quae aequalis est lineae AC, 80 cubitorum esse. Nam quoniam $DI:IZ = AC:AH$, et DI quater est IZ, oportet etiam AC quater esse AH. Itaque AC 80 cubitorum est. Atqui AH data erat 20 cubitorum. Itaque figura AT aream habet 1600 cubitorum et maior est quam area trianguli G. Auferamus igitur a figura AT aream aequalem triangulo G, et reliquum est 576 cubitorum. Inde fiat figura NL similis figurae DZ, per propositionem 26 [= 25 apud Euclidem] libri sexti. Tum latus NM quater oportet esse lateris ML. Itaque latus NM 48 cubitorum est, et latus ML 12 cubitorum, quoniam 48 est quater 12; et multiplicatio alterius per alterum dat 576 cubitos.

Arithmetice igitur cupimus monstrare, quomodo reperiantur duo numeri uel duae lineae tales, ut altera earum quater sit alterius, et altera per alteram multiplicata det 576.

[3])Sit linea BZ maior, et ZS minor; et sit BZ quater ZS[3]); et det BZ per ZS multiplicata 576 cubitos. Si uero diuidemus BZ in quattuor partes aequales, pars quaeque per ZS multiplicata

---

[1]) عن in margine.

[2]) Littera ه̄ bis occurrit; redditur litteris latinis E et I.

[3])—[3]) Omittit Gh. Cr. (p. 185, 26). — BZ et ZS nouae lineae fingendae sunt, quae in figura p. 177 non inueniuntur. Litterae B, Z, S bis occurrunt. Cfr. adnot. 2.

اقسام فان ضرب كل قسم منها في زس يكون ماية واربعا واربعين ذراعا فزس في مثله ماية واربع واربعون ذراعا فزس اذا اثنتا عشرة ذراعا وبز ثمان واربعون ذراعا فقد وجدنا ذلك فطول ضلع نم ثمان واربعون ذراعا ومل اثنتا عشرة[1] ذراعا فنتمم سطح اك فسطح حك مثل سطح اط وهو الف وستماية ذراع فنفصل من حط طس مثل نم [ومن طك][2] طع مثل مل ونخرج قطر بط ونتم سطوح اف اق عس سك[3] فسطح عس خمس ماية وست وسبعون ذراعا فيبقى علم حفك الفا واربعا وعشرين ذراعا وهو مثل ج لكن العلم مثل سطح اف فسطح اف الف واربع وعشرون ذراعا لكن اح عشرون ذراعا وحه اثنتا عشرة ذراعا فها اثنان وثلثون ذراعا وفه ايضا اثنان وثلثون ذراعا لان فع ثمان واربعون ذراعا ومب ثماني اذرع فقد اضفنا الي خط اب سطح اف مثل مثلث ج وهو الف واربع وعشرون ذراعا ينقص عن تمام الخط سطح فب شبيها بسطح نل وذلك ان ضلع نم اربعة امثال ضلع مل وكذلك ضلع فه اربعة امثال ضلع مب وذلك ما اردنا ان نبين ∴ ولو اتفق ان يكون مثلث ج اكثر من الف وستماية ذراع التي هي مقدار مساحة اط لما امكن ان يضاف الي خط اب سطح مساو له وينقص عن تمامه سطح مق ويكون فه اربعة اضعاف مب اللهم الا ان نجعل نسبة فه الي مب اعنى ده الي مز بحسب ذلك اعظم مثلا ان يكون مثلث ج الفى ذراع فيجب ان يكون اس اقل من ماية ذراع وكذلك جهة ساير الاعمال ∴

[1] Codex praebet اثنا عشر.

dabit 144 cubitos. [4])Itaque ZS per se ipsam multiplicata dat 144 cubitos[4]). Itaque ZS est 12 cubitorum, et BZ est 48 cubitorum. Ergo hoc reperimus. [5])Itaque latus NM est 48 cubitorum, et latus ML 12 cubitorum[5]). Expleatur figura AK. Tum figura HK aequalis est figurae AT, quae est 1600 cubitorum. Tum abscidatur ab HT [linea] TS aequalis [lineae] NM, et ab TK [linea] TO aequalis [lineae] ML; ducatur diametrus BT, et expleantur figurae HF, EQ, AS, FK[6]). Tum figura OS est 576 cubitorum, et gnomon HFK [$HBKOFS$] 1024 cubitorum [7])et aequalis [figurae] G. Atqui gnomon aequalis est figurae AF. Itaque figura AF est 1024 cubitorum[7]). Atqui AH est 20 cubitorum, et HE est 12 cubitorum. Itaque EA est 32 cubitorum, atque etiam FE est 32 cubitorum, quoniam FO est 48 cubitorum, et EB est 8 cubitorum. Ergo adplicauimus lineae AB figuram AF aequalem triangulo G, qui est 1024 cubitorum, et figura FB figurae NL simili integrae [longitudini] lineae deficientem. Nam latus NM quater est lateris ML, ac similiter latus FE quater est lateris EB. Quod erat demonstrandum.

Si uero accidat, ut triangulus G maior sit quam 1600 cubitorum, quod est spatium areae AT, fieri non potest, ut lineae AB adplicetur figura illi aequalis et figura EQ, in qua FE est quater [lateris] EB, integrae [longitudini] lineae deficiens, nisi forte rationem [lineae] FE ad EB, i. e. DI ad IZ, proportionaliter maiorem facimus. E. g. si triangulus G sit 2000 cubitorum, oportet AC minorem esse quam 100 cubitorum, ac similiter in omnibus ceteris constructionibus.

---

[2]) [ ] codex non praebet.

[3]) حف قه اس فق ?

[4])—[4]) Omittit Gh. Cr. (p. 185, 29).

[5])—[5]) Omittit Gh. Cr. (p. 185, 30).

[6]) „AF', AQ, OS, SK" in textu.

[7])—[7]) Omittit Gh. Cr. (p. 186, 4 ad finem).

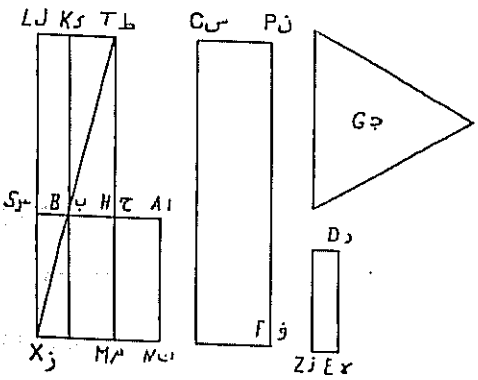
الشكل التاسع والعشرون من المقالة السادسة

نريد ان نبين كيف نضيف الي خط مستقيم معلوم سطحا متوازي الاضلاع
يزيد علي تمامه سطحا شبيها بسطح متوازي الاضلاع معلوم ويكون المضاف
مساويا لشكل مستقيم الخطوط معلوم فليكن الخط المعلوم اب والسطح الشبيه | 79 r.
بالزايد سطح دز والمساوي للمضاف مثلث جـ ونريد ان نبين كيف نضيف الي خط
اب سطحا متوازي الاضلاع شبيها بسطح دز فنقسم خط اب بنصفين علي نقطة
ح ونعمل علي خط بح سطح كح متوازي الاضلاع شبيها بسطح دز ونعمل
سطحا متوازي الاضلاع فس [1] مساويا لمجموع سطحي كح وجـ ويشبه متوازي
دز كما عملنا ببرهان ٢٦ من ٦ وليكن سطح فس فلان سطح كح يشبه
سطح فس لانهما جميعا عملا متشابهين بسطح دز فان نسبة سن الي طك
كنسبة فن الي طح لكنا عملنا سطح فس مساويا لمجموع سطحي حك
وجـ فسطح فس اذا اعظم من سطح حك والاضلاع المحيطة بزاويتي ن ط
متناسبة كما قلنا ففن اطول من حط وسن اطول من طك فنخرج طك
الي ل ونجعل طل مثل سن ونخرج طح الي م ونجعل طم مثل فن ونتمم
سطح مل وليكن قطره طز ونخرج احب يلقى ضلع لز علي نقطة س فسطحا
حك وبز علي قطر متوازي مل وهما ايضا متوازيا الاضلاع فهما متشابهان
ويشبهان سطح لم فلان طم مثل نف وطل مثل سن وسطح مل يشبه
سطح حك اعنى سطح فس فان سطح مل مساو لسطح فس وكنا عملنا
سطح فس مساويا لمجموع [2] سطحي كح وجـ فسطح مل مساو لسطحي كح

Propositio XXIX libri sexti.

Cupimus monstrare, quomodo datae lineae rectae adplicetur parallelogrammum, quod figura dato parallelogrammo simili integram longitudinem lineae excedat, ita ut parallelogrammum adplicandum datae figurae rectilineae aequale sit.

Sit AB linea data, DZ figura, cui excessum similem esse 79 r.
oporteat, triangulus G, cui figuram adplicandam aequalem esse oporteat. Cupimus monstrare, quomodo lineae AB adplicetur parallelogrammum triangulo G aequale et figura DZ simili integram [longitudinem] lineae excedens[3]).



Dimidietur linea AB ad punctum H, et describatur supra lineam BH parallelogrammum KH, simile figurae DZ. Construatur parallelogrammum FC[4]) summae figurarum KH et G aequale et parallelogrammo DZ simile, ut in propositione 26 [= 25 apud Euclidem] libri sexti.

Tum, quoniam figura KH similis est figurae FC, quia utraque constructa est similis figurae DZ, ea de causa $CP : TK = FP : TH$. Atqui fecimus figuram FC summae [figurarum] HK et G aequalem. Itaque figura FC maior est quam figura HK. Atqui latera angulos ad P et ad T comprehendentia proportionalia sunt, ut diximus. Itaque FP maior est quam HT, et CP maior quam TK.

Producatur TK ad L, et fiat TL aequalis [lineae] CP; et

---

[1]) قس deest in codice.

[2]) لجموع bis in codice.

[3]) Textus praebet tantum „parallelogrammum figurae DZ simile". Uocabulum Arabicum Saṭḥ (سطح) significat aream siue figuram planam.

[4]) Litterae ز, ن, س bis occurrunt; redditur ز litteris Z et X, ن litteris N et P, س litteris S et C.

وج فاذا اسقطنا سطح كح المشترك بقي علم مسك مساويا لسطح ج فلان سطحي ام ومب علي قاعدتين متساويتين وهما اح وحب وبين خطين متوازيين وهما اس ونز فان سطح ام يكون مساويا لسطح مب ومتمم مب مساوٍ لمتمم بل فسطح ام مساوٍ لسطح بل ونجعل سطح مس مشتركا فيصير جميع علم مسك مساوياً لجميع سطح از وقد كنا بينا ان علم مسك مساوٍ لسطح ج فجميع سطح از مساوٍ لسطح ج فقد عملنا علي خط اب المعلوم سطح از زيد علي تمامه سطحا شبيها بسطح دز المعلوم وهو سطح بز وذلك ما اردنا ان نعمل ∴ وسوآء كان دز مربعا او مختلف الاضلاع فانّ طريق البرهان واحدٌ والمربع ان شيت كان قايم الزوايا او مختلفها ∴ قال النريزي وما عمل علي جهة البرهان فانا نمثله علي جهة الاعداد فليكن خط اب اربعا وعشرين ذراعا وحب نصفه وهو اثنتا عشرة[1] ذراعا وليكن مثلث ج الفا واربعا وعشرين ذراعا وليكن سطح دز الشبيه بالزايد ضلع ده منه اربعة اضعاف ضلع هز فاذا اضفنا الي حب سطحا[2] يشبه سطح دز وده فرض اربعة امثال هز فانّ طح ايضا يكون اربعة اضعاف حب وحب اثنتا عشرة ذراعا فطح ثمان واربعون ذراعا فسطح حك خمس ماية وست وسبعون ذراعا فاذا عملنا سطحا مساويا لمجموع مثلث ج ومتوازي حك الذي هو الف وستماية ذراع وكان ذلك السطح يشبه متوازي دز وهو سطح سف فظاهر انه يجب ان يكون فن اربعة امثال نس فتكون[3] مساحته الفا وستماية ذراع

[1] Codex praebet اثنا عشر.

[2] In codice additur اعني حك supra uersum.

[3] Codex praebet فيكون.

producatur TH ad M, et fiat TM aequalis [lineae] FP. Expleatur figura ML, et sit diametrus eius TX. Producatur AHB, ut incidat in latus LX in puncto S.

Tum duae figurae HK et BX circa diametrum sunt parallelogrammi ML et ipsae quoque parallelogramma sunt. Itaque similes sunt inter se et figurae LM. Itaque, quoniam $TM = PF$ et $TL = CP$, et figura ML similis est figurae HK, i. e. figurae FC, figura ML aequalis est figurae FC. Atqui construximus figuram FC summae[1]) figurarum KH et G aequalem. Itaque figura ML aequalis est figuris KH et G. Si uero tollimus communem figuram KH, relinquitur gnomon MSK figurae G aequalis. Quoniam uero duae figurae AM et MB bases aequales habent AH et BH et sunt inter duas lineas parallelas AS et NX, ea de causa figura AM aequalis est figurae MB. Atqui complementum MB aequale est complemento BL. Itaque figura AM aequalis est figurae BL. Addatur communis figura MS; tum totus gnomon MSK aequalis est toti figurae AX. Atqui demonstrauimus gnomonem MSK aequalem esse figurae G. Ergo tota figura AX aequalis est figurae G; et descripsimus supra lineam datam AB figuram AX figura BX datae figurae DZ simili integram longitudinem lineae excedentem. Quod erat faciendum.

Nihil differt, utrum DZ sit figura quadrilatera aequalium laterum an inaequalium; et figura quadrilatera et aequilatera sit, si uelis, rectangularis aut habeat angulos inaequales[2]).

Al-Narîzî dixit: [3])Illustremus arithmetice, quod factum est in forma propositionis[3]). Sit linea AB 24 cubitorum, itaque HB, dimidium eius, 12 cubitorum; et sit area trianguli G 1024 cubitorum; et habeat figura DZ, cui similem excessum esse oportet, latus DE quater lateris EZ. Tum, quoniam adplicauimus [lineae] HB

---

[1]) „summae" iteratur in textu, per dittographiam.

[2]) Hanc sectionem propositioni 28 addit etiam Gh. Cr. (uid. Euclidis Elementa, ed. Heiberg et Menge, Suppl. Anaritius p. 186, 23).

[3]) Hoc loco Gh. Cr. (p. 186, 26) aut plura legit aut male intellexit, quae subaudiri uoluit Arabs.

فانْ عملنا على حسب ما عُمل فان خط فن يكون ثمٰنين ذراعًا وخط نس يكون عشرين وان طلبنا ذلك علي جهة الاعداد والمقادير فانا نطلُب خطين يكون احدُهما اربعة امثال الآخر ويكون مضروب احدهما فى الآخر | الفا 79 u.
وستّماية ذراع فاذا عملنا بحسب عملنا في الشكل المتقدّم فان الخط الاصغر مُربّعه رُبع مربّع الجميع اعنى رُبع الالف والستّماية الذراع(1 فهو اذًا اربع ماية ذراع وجذرُه الذي هو الخط الاصغر عشرون ذراعًا والخط الاعظم ثمٰنون ذراعًا لانه فُرض اربعة امثاله فخط فن ثمٰنون ذراعًا ونس عشرون ذراعًا فاذا جعلنا طك مثل نس عشرين ذراعًا فطحم مثل فن ثمٰنون ذراعًا ثم نُتمّ سطحي(2 نس ومل(3 ونخرج طبز فيصير جميع سطح مل الفًا وستّماية ذراع فاذا اخذنا منه سطح حك الذى هو خمس ماية وست وسبعون ذراعًا بقي علم مبزك الفا واربعًا وعشرين ذراعًا وهو مثل مثلّث ج لكن العلم مثل سطح نس فسطح نس الفٌ واربع وعشرون ذراعًا وهو مثل مثلّث ج فقد اضفنا الي خط اب سطح نس يزيد علي تمام خط اب سطح بز يشبه سطح دز وذلك ان اب اربعٌ وعشرون ذراعًا وحس عشرون يبقى بس ثماني اذرع ولز ثمٰنون ذراعًا وسل ثمان واربعُون ذراعًا وسز يبقى اثنين وثلثين ذراعًا فسز اربعة امثال بس وذلك ما اردنا ان نبين ∴

1) Sic. Cf. Wright's Grammar, II, p. 244.

2) Codex praebet سطح.

3) Codex praebere uidetur مد.

4) Addit Gh. Cr. (p. 187, 7): „et equalem superficiei G“, omittit uero uerba: „et data est *DE* quater *EZ*“.

5) I. e. arithmetice. Cf. prop. 28. — Apud Gherardum p. 187, 14 sqq. usque ad p. 188, 3 multa desiderantur, quae praebet textus Arabicus.

figuram [HK] similem figurae DZ,[4]) et data est DE quater [lineae] EZ, ea de causa etiam TH quater est [lineae] HB. Atqui HB est 12 cubitorum. Itaque TH est 48 cubitorum. Itaque figura HK est 576 cubitorum. Et quoniam construximus figuram CF aequalem summae trianguli G et parallelogrammi HK, quod est 1600 cubitorum, et similem parallelogrammo DZ, ea de causa adparet FP quater esse [lineae] PC et aream eius 1600 cubitorum esse oportere. Itaque si facimus constructionem ut antea, linea FP est 80 cubitorum, et linea PC 20 cubitorum.

Si uero hoc reperire cupimus per methodum numerorum uel magnitudinum[5]), quaerendae sunt duae lineae tales, ut una earum quater sit alterius, et altera per alteram multiplicata det 1600 cubitos. Tum, si procedimus ut in propositione praecedenti, 79 u.
quadratum lineae minoris quarta est pars quadrati totius, i. e. quarta pars 1600 cubitorum, quae est 400 cubitorum, et minor linea est huius radix quadrata, 20 cubitorum, quare maior est 80 cubitorum, quoniam posita est esse quater minoris. Itaque linea FP est 80 cubitorum, et PC 20 cubitorum. Et quoniam fecimus TKL aequalem [lineae] PC, 20 cubitorum, ea de causa linea THM[6]) aequalis est [lineae] FP, 80 cubitorum. Expleantur figurae NS et ML, et ducatur TBX. Tum tota figura ML est 1600 cubitorum. Itaque si auferimus ab ea figuram HK, quae est 576 cubitorum, relinquitur gnomon $MBXK$, 1024 cubitorum, aequalis triangulo G. Atqui gnomon aequalis est figurae NS. Itaque figura NS est 1024 cubitorum [7])et aequalis triangulo G.[7]) Ergo adplicauimus lineae AB figuram NS figura BX figurae DZ simili[8]) integram [longitudinem] lineae AB excedentem. Nam AB est 24 cubitorum, et HS 20 cubitorum. Itaque BS est 8 cubitorum. Et LX est 80 cubitorum, et SL 48 cubitorum. Itaque SX est 32 cubitorum. Ergo SX quater est [lineae] BS. Quod erat demonstrandum.

---

[6]) „HM" in textu.

[7])—[7]) Omittit Gh. Cr. (p. 188, 8).

[8]) Figuram NS aequalem esse triangulo G silentio praetermisit.

الشكل الثلثون من المقالة السادسة

نريد ان نبين كيف نقسم خطا معلوما علي نسبة ذات وسط وطرفين فنجعل الخط المعلوم خط اب ونريد ان نقسمه علي نسبة ذات وسط وطرفين حتي تكون نسبة الخط كله الي القسم الاعظم كنسبة القسم الاعظم الي القسم الاصغر فنعمل على خط اب سطحا مربعا وليكن سطح اد ونضيف الي خط اج سطحا متوازي الاضلاع مساويا لمربع اد يزيد على تمام خط اج سطحا شبيها بسطح جب فليكن المضاف متوازي زط فتوازي زط عمل علي أنه مساو لمربع جب فاذا اسقطنا اط المشترك بقي سطح زح مساويا لسطح حد وزاوية احه مساوية لزاوية بحط فالاضلاع المحيطة نالزاويتين المتساويتين[1] متكافية فنسبة ضلع طح الي ضلع حه كنسبة ضلع اح الي ضلع حب وحط مثل بد وبد مثل با فحط مثل با وحه مثل حا فنسبة با الي اح كنسبة اح الي حب فقد قسمنا خط اب علي نسبة ذات وسط وطرفين علي نقطة ح فصار نسبة الخط كله اعنى خط اب الي القسم الاعظم اعنى خط حا كنسبة القسم الاعظم الذى هو خط حا الي القسم الاصغر الذي هو خط حب وذلك ما اردنا ان نبين ∴ وسوآء كان سطح اد قايم الزوايا او غير قايم الزوايا لانّ الذي يجب ان تكون الاضلاع متساوية ولذلك قال وان يكون الزايد شبيها بسطح اد لانّ هذا أعمّ من القايم الزوايا ولو كان غرضه ان يكون اد قايم الزوايا لكان يقول في الزايد ينبغى ان يكون مربعا قايم الزوايا ∴

---

1) Codex praebet المساويتين.

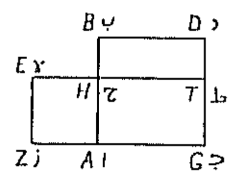
Propositio XXX libri sexti.

Cupimus monstrare, quomodo linea data secundum rationem extremam et mediam secetur.

Sit AB linea data. Cupimus monstrare, quomodo secundum rationem extremam et mediam secetur, ita ut tota linea sit ad maiorem partem ut maior pars ad minorem.

Describatur supra lineam AB quadratum AD[1]), et adplicetur lineae AG parallelogrammum ZT quadrato AD aequale et figura figurae GB simili integram longitudinem lineae AG excedens.

Tum parallelogrammum ZT ita constructum est, ut aequale sit quadrato GB. Itaque, si auferimus AT, quae communis est, relinquitur figura ZH figurae HD aequalis, cuius angulus AHE aequalis est angulo BHT. Itaque latera duos angulos aequales comprehendentia in contraria proportione sunt. Itaque latus TH est ad latus EH ut latus AH ad latus HB. Atqui $HT = BD$, et $BD = BA$. Itaque $HT = BA$, et $HE = HA$. Itaque $BA : AH = AH : BH$. Ergo secuimus lineam AB secundum rationem extremam et mediam in puncto H, et tota linea AB est ad maiorem partem HA ut maior pars HA ad minorem HB. Quod erat demonstrandum[2]).



Nihil differt, utrum figura AD rectangularis sit an non, quoniam opus est tantum, ut latera sint aequalia; et hoc est, cur dicat: „Et sit excessus figura similis figurae AD", quoniam „figura" latius patet quam „rectangulum". Si AD rectangularem esse uoluisset, excessum quadrilaterum et rectangularem esse oportere dicendum fuit.

[1]) Secundum adnotationem propositioni adiectam AD non est quadratum, uel potius opus non est, ut sit quadratum, sed est tantum figura quadrilatera, quae habeat latera neque utique angulos aequales. Retinuimus tamen uocabulum quadrati propter opportunitatem, et quia eodem utuntur Heiberg et T. L. Heath Euclidem e Graeco uertentes.

[2]) Cfr. adnotatio p. 127.

الشكل الحادي والثلثون من المقالة السادسة

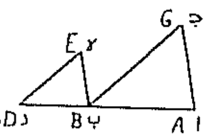
اذا رُكّب مثلّثان علي زاويةٍ واحدةٍ وضلعان من زاويةٍ أخري من احد المثلّثين يوازيان ضلعين آخرين يُحيطان بزاويةٍ اخري من المثلّث الآخر والاضلاع المتوازية متناسبة فانّ المثلثين علي خط واحدٍ مستقيم مثالهُ ان مثلثي ابج بده مركّبان علي زاوية جبه والاضلاع المحيطة بزاويتي جه متوازيةٌ ونسبة اج الي به كنسبة بج الي ده[1] فاقول ان خط اب قد اتصل بخط بد وصار جميع خط اد خطا واحدًا مستقيما بُرهانهُ | انّ ضلع 80 r. جا لما صار موازيًا لضلع به وقد وقع عليهما خط بج فانّ الزاويتين المتبادلتين متساويتان زاوية اجب مساوية لزاوية جبه وايضًا فمن اجل ان ضلع جب يوازي ضلع ده وقد وقع عليهما خط به فانّ الزاويتين المتبادلتين متساويتان زاوية جبه مثل زاوية بهد وقد كانت زاوية اجب مثل زاوية جبه فزاوية اجب مساوية لزاوية بهد والاضلاع المحيطة بهما متناسبة نسبة اج الي به كنسبة جب الي هد وكل مثلثين تساوي زاوية من احدهما زاويةً من المثلّث الآخر والاضلاع المحيطة بالزاويتين المتساويتين متناسبة فانّ زوايا المثلثين[2] متساويةٌ كل زاويةٍ مساوية لنظيرتها فزاوية ابج مساوية لزاوية هدب وزاوية جبه مساوية لزاوية بهد فالزوايا الثلث اعني زوايا ابج وجبه وهبد مساويةٌ لزوايا مثلث هبد الثلث اعني لزوايا دبه وبهد وهدب وهذه الثلث الزوايا التي لمثلّث هبد مجموعةً مساوية لزاويتين قايمتين وهذه الثلث الزوايا مساوية لزاويتي

Propositio XXXI [= XXXII apud Euclidem] libri sexti.

Si duo trianguli ad unum angulum coniunguntur, et duo latera alius anguli trianguli prioris duobus aliis lateribus alium angulum alterius trianguli comprehendentibus parallela sunt, et latera parallela proportionalia sunt, duo trianguli in una linea recta sunt.

Exemplificatio. Coniungantur duo trianguli ABG et BDE ad angulum GBE, ita ut latera duos angulos ad G et ad E comprehendentia parallela sint, et sit $AG:BE = BG:DE$. Dico igitur lineam AB lineae DB coniunctam esse et totam lineam AD unam lineam rectam esse.

Demonstratio. Quoniam latus GA lateri BE parallelum est 80 r.
et incidit in ea linea GB, ea de causa duo anguli alterni AGB et GBE aequales sunt. Rursus quoniam latus GB lateri DE parallelum est, et incidit in ea linea BE, ea de causa duo anguli alterni GBE et BED aequales sunt.



Atqui angulus AGB angulo GBE aequalis est. Itaque angulus AGB angulo BED aequalis est. Et latera eos comprehendentia proportionalia sunt, ita ut sit $AG:BE = GB:ED$. Et duo trianguli, qui angulum unius angulo alterius aequalem et latera angulos aequales comprehendentia proportionalia habent, aequianguli sunt[3]), ita ut angulus quisque aequalis sit angulo sibi correspondenti. Itaque angulus ABG aequalis est angulo EDB, et angulus GBE aequalis est angulo BED. Itaque tres anguli ABG, GBE, EBD tribus angulis trianguli EDB, scilicet angulis DBE, BED, EDB aequales sunt. Atqui tres anguli trianguli EBD simul aequales sunt duobus angulis rectis. Atque etiam duobus angulis ABE et EBD[4]) aequales sunt. Itaque duo anguli ABE et EBD aequales sunt duobus angulis rectis. Itaque a puncto B lineae BE duae lineae

---

[1]) Codex praebet جـ.

[2]) Codex praebet الثلث.

[3]) Textus praebet فان زوايا الثلث; quae debebant esse فان زوايا المثلثين.

[4]) I. e. tribus angulis ABG, GBE, EBD.

ابه وهبد فزاويتا ابه وهبد معادلتان لزاويتين قايمتين فقد خرج من خط به من نقطة ب خطا اب وبد في جهتين مختلفتين فجعلا الزاويتين اللتين عن جنبتى خط به معادلتين لقايمتين فخط اب قد اتصل[1] بخط بد وصارا جميعا خطا واحدا مستقيما فثلثا ابج وبهد علي خط واحد مستقيم وذلك ما اردنا ان نبين ∴

الشكل الثاني والثلثون من المقالة السادسة

كل مثلث قايم الزاوية فان الشكل المستقيم الاضلاع المضاف الي وتر الزاوية القايمة منه مثل الشكلين المستقيمى الاضلاع المضافين الي ضلعيه الباقيين جميعا اذا كانا يشبهانه وكانا علي وضعه مثاله ان مثلث ابج زاوية ا منه قايمة فاقول ان السطح المضاف الي ضلع بج مثل السطحين المضافين الي ضلعي با اج جميعا اذا كانا يشبهانه وكانا علي وضعه برهانه انا نخرج عمود اد فمثلثا ابد اجد متشابهان كما تبين ببرهان ٨ من ٦ فنسبة جب الي با كنسبة با الي بد فنسبة الاول وهو جب الي الثالث وهو بد كنسبة الشبيه المضاف [2]الي الاول وهو جب الي الشبيه المضاف[2] الي الثاني وهو اب كما تبين ببرهان ١٨ من ٦ وكذلك تكون نسبة بج الي جا كنسبة جا الي جد فنسبة الاول وهو بج الي الثالث وهو جد كنسبة الشبيه المضاف الي الاول وهو بج الي الشبيه المضاف الي الثاني وهو جا فنسبة جب الي

---

[1]) Codex praebet اتصلا.

[2])—[2]) supra uersum.

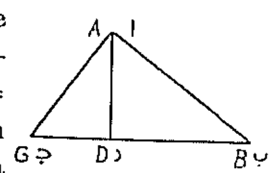
AB et BD ductae sunt in duas partes diuersas, ita ut duo anguli ad utramque partem lineae BE aequales sint duobus angulis rectis. Itaque linea AB cum linea BD coniungitur, ut faciant unam lineam rectam. Ergo duo trianguli ABG et BED in una linea recta sunt. Quod erat demonstrandum.

Propositio XXXII [= XXXI apud Euclidem] libri sexti.

In quolibet triangulo rectangulo figura rectilinea illi lateri adplicata, quod sub recto angulo subtendit, aequalis est summae duarum figurarum rectilinearum, quae adplicatae sunt duobus reliquis lateribus, si similes ei sunt et similiter descriptae.

Exemplificatio. In triangulo ABG sit angulus ad A rectus. Dico igitur figuram lateri BG adplicatam aequalem esse summae duarum figurarum, quae duobus lateribus BA et AG adplicatae sunt, si similes ei sint et similiter descriptae.

Demonstratio. Ducatur perpendicularis AD. Tum duo trianguli ABD et AGD similes sunt inter se [et toti[1])], ut demonstratum est in propositione 8 libri sexti. Itaque $GB:BA = BA:BD$. Itaque prima GB est ad tertiam BD ut figura similis primae GB adplicata ad figuram similem secundae AB adplicatam[2]), ut demonstratum est in propositione 18 [= 19 apud Euclidem] libri sexti.



Similiter $BG:GA = GA:GD$. Itaque prima BG est ad tertiam GD ut figura similis primae BG adplicata ad figuram similem secundae GA adplicatam. Itaque GB est ad BD et GD ut figura similis [lineae] BG adplicata ad summam duarum figurarum similium [lineis] AB et AG adplicatarum. Atqui GB aequalis est summae duarum linearum BD et DG. Ergo summa duarum

---

1) Uerba „et toti“ desunt in textu; at iis carere non possumus propter gradum demonstrationis proxime sequentem.

2) Uerba „primae GB adplicata ad figuram similem“ supra uersum posita sunt.

بد والي جد كنسبة الشبيه المضاف الي بج الي الشبيهين المضافين الي اب واج جميعا لكن جب مساو لمجموع خطى بد ودج جميعا فمجموع الشبيهين المضافين الي اب واج جميعا مساو للشبيه المضاف الي بج وذلك ما اردنا ان نبين ∴ قال النريزي[1] واستشهاده هكذا نسبة جب الاول الي بد الثالث كنسبة الشبيه المضاف الي الاول وهو بج الي الشبيه المضاف الي الثاني وهو [2][با وكذلك نسبة بج الاول الي جد الثالث كنسبة الشبيه المضاف الي الاول وهو بج الي الشبيه المضاف الي الثاني وهو][2] جا كما تبين ببرهان ١٨ من ٦ فلان لنا ستة مقادير الاول بج والثاني بد والثالث الشبيه المضاف الي بج والرابع الشبيه المضاف الي با والخامس جد والسادس الشبيه المضاف الي جا قلنا لان نسبة الاول وهو جب الي الثانى وهو بد كنسبة الثالث وهو الشبيه المضاف الي بج الي الرابع وهو الشبيه المضاف
الي با وايضا فنسبة بج الاول الي جد الخامس كنسبة الشبيه المضاف|الي 80 u.
بج وهو الثالث الي الشبيه المضاف الي اج وهو السادس فبما تقدم برهانه في ٢٤ من ٥ فان نسبة الاول الي الثاني والخامس مجموعين كنسبة الثالث الي الرابع والسادس مجموعين ونرجع بالقلب الي برهان ٢٤ من ٥ الاول جب والثاني والخامس هما بد وجد والثالث الشبيه المضاف الي بج والرابع والسادس الشبيهان المضافان الي با وجا فان الاول مساو الثاني والخامس مجموعين اعنى ان جب وهو الاول مساو لمجموع بد وجد وهما الثاني والخامس فان[3] الثالث وهو الشبيه المضاف الي جب مساو لمجموع الرابع والسادس اعنى الشبيهين المضافين الي اب واج وذلك ما اردنا ان نبين ∴

1) Codex praebet النيريزى.

figurarum similium [lineis] AB et AG adplicatarum aequalis est figurae simili [lineae] BG adplicatae. Quod erat demonstrandum.

Al-Narîzî dixit: Demonstratio est ut sequitur. Prima GB est ad tertiam BD ut figura similis primae GB adplicata ad figuram similem secundae BA adplicatam[4]), ac similiter prima GB est ad tertiam GD ut figura similis primae GB adplicata ad figuram similem secundae GA adplicatam, ut demonstratum est in propositione 18 [= 19 apud Euclidem] libri sexti. Habemus igitur sex magnitudines, primam BG, secundam BD, tertiam figuram similem [lineae] BG adplicatam, quartam figuram similem [lineae] BA adplicatam, quintam GD, sextam figuram similem [lineae] GA adplicatam; et prima BG est ad secundam BD ut tertia, figura similis [lineae] BG adplicata, ad quartam, figuram similem [lineae] BA adplicatam; ac praeterea prima BG est ad quintam GD ut tertia, figura similis [lineae] BG adplicata, 80 u.
ad sextam, figuram similem [lineae] AG adplicatam. Itaque secundum ea, quae demonstrata sunt in propositione 24 libri quinti, prima est ad secundam et quintam compositas ut tertia ad quartam et sextam compositas, conuertendo propositionem 24 libri quinti[5]). Nam prima est GB, secunda et quinta BD et GD, tertia figura similis [lineae] BG adplicata, quarta et sexta duae figurae similes [lineis] BA et GA adplicatae. Atqui[6]) prima GB aequalis est summae secundae et quintae BD et GD. Ergo tertia, figura similis [lineae] GB adplicata, aequalis est summae quartae et sextae, duabus figuris similibus [lineis] AB et AG adplicatis. Quod erat demonstrandum.

---

[2])—[2]) deest in codice. [3]) Codex praebet وان.

[4]) Textus hic praebet „GA adplicatam", omittit uero quae sequuntur usque ad „similem secundae". Errauit sine dubio librarius.

[5]) Lib. V prop. 24 docet, si prima magnitudo habeat ad secundam eandem rationem, quam tertia habeat ad quartam, ac praeterea si quinta habeat ad secundam eandem rationem, quam sexta habeat ad quartam, primam et quintam compositas eandem rationem habere ad secundam, quam habeant tertia et sexta compositae ad quartam.

[6]) Textus praebet فان, Ch. Cr. „Si"; legendum est fortasse وان.

الشكل الثالث والثلثون من المقالة السادسة

اذا كان في دايرتين متساويتين زاويتان على المركز او على المحيط فان نسبة الزاوية الي الزاوية كنسبة القوسين اللتين عليهما مثاله ان دايرتي ابج دهز متساويتان وعلى مركزيهما زاويتا بحج هطز[1] وعلى المحيط زاويتا ا د فاقول ان نسبة قوس بج الي قوس هز كنسبة زاوية بحج الي زاوية هطز وكنسبة زاوية ا الي زاوية د برهانه انا ناخذ من دايرة ابج اي الاضعاف شينا لقوس بج فلتكن قسى بج جك كل ونخرج خطوط حج حك حل وايضا فناخذ من دايرة دهز اي الاضعاف شينا لقوس هز ولتكن[2] قسى هز زم من ونخرج خطوط طز طم طن فلان قسي بج جك كل متساوية وهي في دايرة واحدة فان زوايا بحج جحك كحل اللاتي علي المركز متساوية كما تبين ببرهان ٢٦ من ٣ وكذلك يتبين انّ زوايا هطز زطم مطن متساوية فلان اضعاف قوس بل لقوس بج مثل اضعاف زاوية بحل لزاوية بحج واضعاف قوس هن لقوس هز مثل اضعاف زاوية هطن لزاوية هطز تكون نسبة زاوية بحل الي زاوية بحج كنسبة قوس بل الي قوس بج ونسبة زاوية هطن الي زاوية هطز كنسبة قوس هن الي قوس هز فلان الدايرتين متساويتان وقسى بج جك كل متساوية وكذلك قسى هز زم من متساوية وكذلك الزوايا التى توتر هذه القسى متساوية فان كان قوس بل تزيد على قوس هن فانّ زاوية بحل تزيد ايضا علي زاوية هطن

---

[1] Codex praebet مطز.

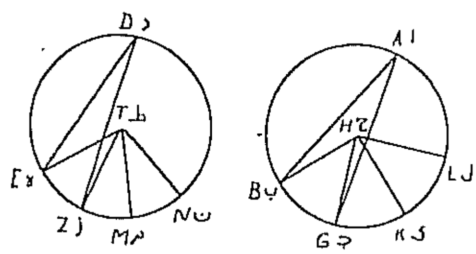
[2] Codex praebet ولكن.

Propositio XXXIII libri sexti.

Si in duobus circulis aequalibus duo anguli sunt ad centrum aut ad circumferentiam, anguli eandem rationem habent, quam habent arcus, in quibus consistunt.

Exemplificatio. Sint duo circuli *AGB* et *DEZ* aequales et habeant ad centra sua duos angulos *BHG* et *ETZ* et ad circumferentias suas duos angulos ad *A* et ad *D*. Dico igitur arcum *BG* esse ad arcum *EZ* ut angulus *BHG* ad angulum *ETZ* atque etiam ut angulus ad *A* ad angulum ad *D*.

Demonstratio. Sumatur in circulo *ABG* quilibet numerus arcuum *BG*, *GK*, *KL* arcui *GB* aequalium. Ducantur lineae



HG, *HK*, *HL*. Rursus in circulo *DEZ* sumatur quilibet numerus arcuum *EZ*, *ZM*, *MN* arcui *EZ* aequalium. Ducantur lineae *TZ*, *TM*, *TN*.

Tum, quoniam arcus *BG*, *GK*, *KL* aequales sunt inter se et in eodem circulo sunt, ea de causa anguli *BHG*, *GHK*, *KHL* ad centrum aequales sunt, ut demonstratum est in propositione 26 [= 27 apud Euclidem] libri tertii. Et eodem modo demonstrari potest angulos *ETZ*, *ZTM*, *MTN* aequales esse. Tum, quoniam arcus *BL* arcus *BG* toties multiplex est, quoties angulus *BHL* multiplex est anguli *BHG*, et arcus *EN* arcus *EZ* toties multiplex est, quoties angulus *ETN* multiplex est anguli *ETZ*, ea de causa angulus *BHL* ad angulum *BHG* eandem rationem habet, quam habet arcus *BL* ad arcum *BG*, et angulus *ETN* ad arcum *ETZ* eandem rationem habet, quam habet arcus *EN* ad arcum *EZ*. Quoniam uero duo circuli aequales sunt, atque etiam arcus *BG*, *GK*, *KL* et arcus *EZ*, *ZM*, *MN* et anguli, qui sub his arcubus

وان كانت مساوية لها فان الزاوية ايضا مساوية للزاوية وان كانت ناقصة فالزاوية ناقصة لكن قوس بل اضعاف لقوس بج وقوس دن اضعاف لقوس هز فزاوية هطن اضعاف لزاوية هطز فيكون المقدار الاوّل قوس بج والثاني قوس هز والثالث زاوية بحج والرّابع زاوية هطز وقد اخذنا للاوّل والثالث اضعافا متساوية وهي قوس بل وزاوية بحل وللثاني[1] والرّابع اضعافا متساوية وهي قوس هن وزاوية هطن وقد تبيّن ان اضعاف الاوّل والثالث امّا
هي زايدة علي اضعاف الثاني والرّابع | وامّا ناقصة عنها وامّا مساوية لها اعنى 81 r.
انّ قوس بل وزاوية بحل قد تبين انهما امّا زايدان معا علي قوس هن وعلي زاوية هطن وامّا مساويان معا لهما وامّا ناقصان معا عنهما فبعكس برهان ٤ من ٥ فان نسبة الاوّل وهو قوس بج الي الثاني وهو قوس هز[2] كنسبة الثالث وهو زاوية بحج الي الرّابع وهو زاوية هطز فلان زاوية باج نصف زاوية بحج وزاوية هدز نصف زاوية هطز كذلك تكون نسبة زاوية ا الي زاوية د كنسبة قوس بج الي قوس هز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

تمّت المقالة السادسة وفرغ من نسخها صاحبه ابو سعد محمّد البيهقى البرزهي يوم السبت بعيد صلوة الظهر الثامن من شهر ربيع الاوّل سنة تسع وثلثين و خمسماية[3]

---

[1]) Codex praebet والثالث.

[2]) Codex praebet هزن.

[3]) Codex praebere uidetur ثلاث مائة. Cfr. p. 207.

subtendunt, ea de causa, si arcus BL maior est arcu EN, etiam angulus BHL maior est angulo ETN, si aequalis ei est, etiam angulus angulo aequalis est, si minor est, etiam angulus [angulo] minor est. Atqui arcus BL multiplex est arcus BG, et arcus EN multiplex est arcus EZ. Itaque [angulus BHL multiplex est anguli BHG, et][1] angulus ETN multiplex est anguli ETZ. Est igitur prima magnitudo arcus BG, secunda arcus EZ, tertia angulus BHG, quarta angulus ETZ, et sumpta sunt primae et tertiae aeque multiplicia, arcus BL et angulus BHL, ac sumpta sunt etiam secundae et quartae aeque multiplicia, arcus EN et angulus ETN; et demonstratum est primae et tertiae multiplicia singillatim aut maiora esse aut minora aut aequalia multiplicibus secundae et quartae, i. e. arcus BL et angulus 81 r.
BHL demonstrati sunt esse singillatim aut maiores aut aequales aut minores arcu EN et angulo ETN. Ergo per contrarium propositionis 4 libri quinti prima, arcus BG, est ad secundam, arcum EZ[2]), ut tertia, angulus BHG, ad quartam, angulum ETZ. Et quoniam angulus BAG dimidium est anguli BHG, et angulus EDZ dimidium est anguli ETZ, ea de causa etiam angulus ad A est ad angulum ad D ut arcus BG ad arcum EZ. Quod erat demonstrandum.

Finis libri sexti.

Possessor eius, Abû Sa'd Muḥammad al-Baihaqî al-Barzuhî consummauit eum statim post precationem pomeridianam die Saturni octauo Primi Rabî' anni 539 [= octauo die Septembris 1144. A. D.][3]).

---

[1]) Neglexit textus palam facere angulum BHL multiplicem esse anguli BHG; qui error est librarii.

[2]) „EZN“ in textu.

[3]) Cfr. p. 207.

المقالة السابعة من كتاب اوقليدس

بسم الله الرحمن الرحيم ∴ الوحدة هي الشى الذي به يُقال لكل واحد من الموجودات واحدٌ وهي مَبْدأُ العددِ ∴ والعَدَدُ هو الجماعة المركَّبة من وحدات ∴ العَدَدُ الاقل يكون جُزأً من العدد الاكثر[1] ويكون اجزاءً لَهُ متى لَمْ يُعدّه والعدد الاكثر يكون اضعافا للعددِ الاقل متى كان الاقلُ يُعَدّه ∴ العدد الزوج هو الذي ينقسم بقسمين متساويين ∴ والعدد الفرد هو الذي لا يمكن ان ينقسم بقسمين متساويين وهو الذي يخالف العددَ الزوجَ

---

[1]) Deest in codice: — متى يُعدّه uel simile quid.

Liber septimus Elementorum Euclidis.
In nomine Dei miseratoris misericordis.

Unitas ea est, per quam res, quaecunque est, una nominatur. Principium est numerorum.

Numerus est multiplex ex unitatibus compositum.

Minor numerus „pars“ est maioris numeri, ubi eum metitur[1]), et „partes“, ubi eum non metitur.

Maior numerus multiplex est minoris, ubi minor eum metitur.

Par numerus is est, qui in duas partes aequales diuidi potest.

Impar numerus is est, qui in duas partes aequales diuidi non potest, et contrarium est paris numeri.

(Hic desinit codex.)

---

[1]) Uerba „ubi eum metitur“ desunt in codice.

Adnotationes et postscripta.

I. Adnotationes ad libros 5 et 6.

Ordo propositionum.

In propositionibus ordinandis a ratione Euclidis *(E)* nonnumquam abhorret Al-Hadschdschadschius *(H)*[1]. In libro quinto propositiones 12 et 13 locum mutauerunt. In libro sexto saepius discrepat series propositionum:

E: 13, 11, 12, 9, 10 . . . 19, 20, 18 . . . 24, 26, 23, 25 . . . 32, 31
H: 9, 10, 11, 12, 13 . . . 18, 19, 20 . . . 23, 24, 25, 26 . . . 31, 32

Adnotationes ad ἀνταναίρεσιν (p. 5, 12 sqq.).

Dicit Aristoteles (Top. VIII 3, p. 158b 29 sqq.) proportionem per ἀνταναίρεσιν definiri. At in Alexandri commentario pro hoc uocabulo adhibetur ἀνθυφαίρεσις. Ad utrumque locum animum aduertit Heiberg (Mathematisches zu Aristoteles, Abh. z. Gesch. d. math. Wiss. XVIII, Lips. 1904, p. 22); neque tamen haec uocabula intellecta sunt, antequam uocabulum ἀνθυφαιρέω aliquoties ab Euclide adhibitum esse monstrauit Zeuthen (Hvorledes Mathematiken i Tiden fra Platon til Euklid blev rationel Videnskab, Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskabs Skrifter, Naturvidensk. og math. Afd. ser. 8, uol. I 5, p. 305 sq.). Rationem hic significat, quae ex Euclide nomen traxit, maximi diuisoris communis reperiendi siue rationem fractionis continuae. Hanc rationem Euclides in libro VII ad numeros, in libro X ad magnitudines adhibet. Lib. VII prop. 1—2 hac ratione diiudicatur, sintne duo numeri inter se primi, et, si primi non sunt, maximus eorum diuisor communis reperitur. Lib. X prop. 2—3 eadem ratione diiudicatur, sintne

[1] Cf. Heath, Eucl. Elem. (Cambr. 1926) I 80.

duae magnitudines incommensurabiles, et, si incommensurabiles non sunt, maxima earum mensura communis reperitur. Ut hoc loco Euclides, sic etiam commentator noster p. 5, 11 sqq. rationem adhibet ad magnitudines. At in paginis sequentibus (7, 26 sqq.) eiusdem rationis tertius usus adparet; hac enim diiudicatur, sitne uera proportio trium magnitudinum $AG:GD = GD:EZ$; ac plane eodem modo de proportione quattuor magnitudinum $AB:GD = EZ:HT$. Hunc ipsum tertium usum ἀνταναιρέσεως Aristoteles designat in Topicis; at non occurrit apud Euclidem, qui longe alia ratione idem assequitur, multiplicatione per binos numeros (lib. V def. 5; hic p. 15, 26). Itaque commentator noster p. 9 sqq. nequaquam reddit rationem Euclidis. Adparet in mathematicorum scholis rationem ἀνταναιρέσεως diutius intellectam esse quam definitionem Euclidis (quae ab Eudoxo inuenta esse uidetur) quae binis numeris utitur. Cf. tamen p. 12, adn. 1.

Quod p. 17, 1 sqq. Euclidis definitionem quintam ita reddit commentator, quasi consentiat cum ἀνταναιρέσει, manifeste errauit.

Adnotationes ad proportionem perturbatam (cfr. lib. 5, definitio ultima, propositiones 21 et 23, additio altera ad propositionem 23).

Quae dicitur propositio perturbata, magis perspicua est, si ponuntur bis quaternae magnitudines, quam si ponuntur bis ternae. Ueteres disponebant

$$\begin{matrix} A & B & G & D \\ E & Z & H & T \end{matrix}$$

et exponebant:

$$A:B = H:T;\ B:G = Z:H;\ G:D = E:Z \qquad \text{(I)}$$

Mathematici hodierni disponerent

$$\begin{matrix} A & B & G & D \\ T & H & Z & E \end{matrix}$$

et dicerent:

$$\left.\begin{aligned} A:B:G:D &= \frac{1}{T}:\frac{1}{H}:\frac{1}{Z}:\frac{1}{E} \\ \text{aut } AT &= BH = GZ = DE \end{aligned}\right\} \text{(II)}$$

Exempli causa posita sint quattuor parallelepipeda aequalis spatii, quorum bases sint A, B, G, D, et altitudines T, H, Z, E. Tum ualent aequationes (II), nimirum etiam ueterum proportio perturbata (I). Haec tamen rem minus clare explicat, ita ut nomine suo digna sit.

Euclides in libris proprie geometricis proportionem perturbatam omnino non adhibet, quamquam in lib. 6, prop. 14, ubi parallelogramma aequalia et aequiangula tractat, et in lib. 11, prop. 34, ubi parallelepipeda aequalis spatii tractat, occasio praebita est. At Euclides duas solas figuras comparat, cum proportio perturbata non minus quam tres requireret, et dicit (VI 14): ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραί, et (XI 34): ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν.

Genus scribendi, quale est $\frac{1}{T}$ uel AT, non occurrit apud antiquos, quibus A, T cet. semper ipsae magnitudines (bases, altitudines cet.) esse uidebantur. At nostri temporis mathematici, cum litteris utuntur, non ipsas magnitudines significant, sed numeros, quibus illas metiri possumus. Hoc Graeci non poterant, ut qui sibi fingere non possent numeros irrationales.

II. De codice Leidensi 399, 1.

Codici alter codex adligatus est; insigniti sunt ambo numero 399 Legati Warneriani. In catalogo codicum orientalium Bibliothecae Academiae Lugduno-Batauae uol. III (1865) p. 38 describitur codex noster numero insignitus 965.

Codex inuolucro uestitus est fusco e corio facto in Europa sine corrigiis. Spatium litteris impletum est 12,5×20 cm. plus minusue. Paginae sunt circiter 30 uersuum.

Charta est crassa, leuigata, fului coloris. Folia aliquot in parte superiore passim tineis laesa sunt. Omnium foliorum pars inferior aqua maculosa est.

Litterae sunt paruae illae quidem, leguntur uero facile. Litteris consonantibus ubique fere puncta addita sunt.

Nomen librarii ac magis etiam annus, quo codex confectus esse indicatur, parum clare scripta sunt (fol. 81 r.). Si litterarum ductus persequaris, annus sic indicari uidetur: سنة تسع و ثلثماية, i. e. *anno 309*. Ceterum codex noster 399, 1 eadem manu conscriptus est qua codex, quem continet idem uolumen, 399, 2 (Menelai *Sphaerica* in duos libros diuisa; de iis, quae antea continuit illud uolumen, cfr. p. 208.

Nomen librarii in codice 399, 2 ad finem libri secundi (fol. 105 u.) clare indicatur Abū Sa'd al-Baihaqī. Plenius nomen indicatur ad finem codicis 399, 1 in fol. 81 r.: Abū Sa'd Muḥammad al-Baihaqī al-Barzuhī[1]). Idem hic codicem possedisse indicatur, sicut etiam in fol. 1 r. haec indicatio possessoris inuenitur, quae sine dubio ceteris omnibus aetate praestat: لابى سعد البيه[ق]ى, i.e. *Abū Sa'd al-Baihaqī* (casu datiuo).

Tempus, quo codex conscriptus est, in cod. 399, 1 iam ad finem libri tertii indicatur تلط, i. e. a. 539 (cfr. adnot p. 213). Idem annus indicatur etiam in codice 399, 2 ad finem libri primi et libri secundi. Itaque fol. 81 r. sic annus legendus est سنة تسع و ثلثين و خمسماية, i. e. 539. Etiam in Catalogo codicum orientalium Bibl. Acad. Lugduno-Batauae uol. III (Lugd. 1865) p. 38 indicantur nomen al-Baihaqī et annus 539. —

Inter folia 1 et 2 codicis Leidensis 399, 1 folia nonnulla desiderantur (uid. huius editionis part. 1 fasc. 1 p. 8—9). Sed his demum foliis amissis folia codicis numeris ab 1 usque ad 81, qui etiam in hac editione adferuntur, insignita sunt, quo factum est, ut numeris inspectis lacuna deprehendi nequeat. E quaternionum tamen numeratione, quae in fronte primi folii cuiusque quaternionis adparet, quod folia desint, facile intellegitur. In folio enim primo littera Arabica ا (i. e. 1)

[1]) De cognomine al-Barzuhī cfr. Jāqūt, *Geographisches Wörterbuch* uol. I s. u. *Barzah*.

inuenitur, in folio tertio littera ب (i. e. 2), in folio undecimo littera ج (i. e. 3) etc., ut infra indicatum est.

Fol.	1	3	11	19	27	35	43	51	59	67	75
Litterae Arabicae	ا	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	ى	يا
Numeris respondent	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Sunt igitur quaterniones foliorum octonorum; cum uero primi quaternionis duo sola folia restent, numeris 1 et 2 insignita, exciderunt folia sex, ut ex hoc schemate patet:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	. . .
ا		ب								ج		

Codex noster antea alia quoque opera continebat, quod patet ex indice, qui legitur in fol. 1r. Hunc indicem hic singillatim subicimus, ita ut lacunas, quas propter malam codicis condicionem nonnullas praebet, additis signis [ ] supplere conati simus.

a) كتاب اقليدس مع الشرح *Euclides cum commentario* (i. e. opus a nobis hic editum).

b) سرح مماله عاشره اقليدس للاهوازى *commentarius in librum decimum Euclidis* auctore al-Ahwāzī (cfr. Suter, *Mathematiker und Astronomen der Araber* p. 57).

c) [مخ]تصر [المج]سطى لحازمى *compendium Almagesti* auctore al-Ḥāzimī (cfr. Suter, MAA p. 202).

d) رساله فى احراج الحطوط فى الدوائرلعبد الجلىل السجرى *disputatio de ductu linearum in circulis* auctore ʿAbd al-Ğalīl[1]) as-Siğzī (cfr. Suter, MAA p. 80)[2]).

e) [رسـ]اله [فى]حل اسكال [الما]خودات *disputatio de solutione difficultatum in lemmatis* (Archimedis, auctore as-Siğzī, cfr. Suter, MAA p. 81)[2]).

---

[1]) Si fidendum est Sutero (MAA p. 80) nomen eius erat Ibn ʿAbd al-Ğalīl as-Siğzī. — Cfr. Junge et Thomson, *The commentary of Pappus*, Harvard Semitic Series uol. VIII, Cambridge, Harvard Univ. Press 1930, p. 43—51.

[2]) Uertit — sine demonstrationibus — L. A. Sédillot in *Notices et extr.* T. XIII p. 129—150.

f) رسالة المقالة الرابع عشر من اقليدس احصار المظفر الاسفرازى liber *Euclidis quartus decimus*, quem excerpsit al-Muẓaffar al-Isfarāzī (cfr. SUTER, MAA p. 114; uertit — sine demonstrationibus — L. A. SÉDILLOT in *Notices et extr. des mss.* T. XII, Paris. 1838, p. 146—148).

g) رسالة [ابى ع]لى [الهي]ثم فى [المعلوما]ت *disputatio*, quam scripsit Abū ʿAlī [b.] al-Haiṯam *de Datis* (cfr. SUTER, MAA p. 94; uertit L. A. SÉDILLOT, *Journ. asiat.* XIII (1834) p. 435 sqq.).

h) رسالة الشيخ ابو (!) الوليد هذه الا شكال التى يجب ان يضاف الى الاكرحتى نفهم المجسطى disputatio, quam scripsit aš-Šaiḫ Abu-l-Walīd: *Hae propositiones, quae Sphaericis addendae sunt, ut intellegatur Almagestum* (cfr. SUTER, MAA p. 128).

i) [رسـ]الة [ ] اقليد[س ...]اول المصنف *disputatio ... Euclid[is Elemen]ta.. auctor* (intellegi non potest).

Ex his operibus in codice Parisino (Bibl. Nat.) anno Hedschrae 539 conscripto, qui in catalogo, quem confecit DE SLANE (Paris. 1883—95) numero 2458 insignitus est, haec inueniuntur:

d) = 2458, 1°; e) = 2458, 3°; f) = 2458, 4°; g) = 2458, 5°; h) = 2458, 6°.

Continet praeterea codex 2458, 2° *Quae efficiuntur e propositionibus geometricis* auctore as-Siğzī (SUTER, MAA p. 81), quae in nostro indice desiderari uidentur. Deest etiam 2458, 7° (*Algebra*, auctore ʿUmar al-Ḫajjāmī; cfr. SUTER, MAA p. 113). Silet etiam index de disputatione posteriore, quam continet codex Leidensis (MENELAI *Sphaericis* ab al-Harawī editis); quod ita facile explicari potest, si confecto demum indice in illis foliis, quae reliquae parti *Elementorum* destinata erant, descriptam eam esse coniectamus. Fieri etiam potest, ut in indice omnia illa opera enumerata sint, quae ut describeret sibi proposuisset librarius. Illud certe patet ex iis, quae disputauimus, codice 2458 tertiam partem contineri eorum, quae codex ab initio continuerat. Secundam uero partem — quae numeros indicis b) et c) complectebatur — nondum reperire potuimus.

III. De hac editione.

Codicis Leidensis 399, 1 partem maiorem, libros I—IV Elementorum Euclidis, ediderunt R. O. Besthorn et I. L. Heiberg (Lib. I = Partis 1 fasc. 1—2, 1893—97; Lib. II = Partis 2 fasc. 1, 1900; Lib. III = Partis 2 fasc. 2, 1905; Lib. IV = Partis 3 fasc. 1, 1910).

Anno 1927 ineunte Heibergium interrogauit G. Junge, uidereturne illi expetendum, ut resumeretur opera codicis edendi, uelletque ipse partem operae suscipere. Respondit ille pergratum sibi uideri, si opera morte Besthornii anno 1921 interrupta renouaretur, atque ipse interpretationem Latinam suscipere pollicitus est. Ante uero quam rem aggredi posset, e uita discessit d. 4 m. Ianuarii a. 1928, annos natus 73. Itaque conandum erat etiam hoc uiro mathematicorum antiquorum eximie perito non adiuuante opus absoluere. Hoc ita factum est, ut exemplo codicis lucis ope expresso W. Thomson ex Uniuersitate Haruardiano Cantabrigiensi (Mass.) uerba Arabica in Anglicum uerterit, G. Junge Berolinensis ad res mathematicas oculos intendens percensuerit, I. Raeder Hauniensis in Latinum uerterit.

Maximam gratiam debent editores Instituto Carlsbergico Danico, cuius munificentia effectum est, ut haec pars sicut priores edi possit. Gratiae agendae sunt etiam Bibliothecae Uniuersitatis Lugdunensis eiusque praefecto C. van Arendonk, qui concessit, ut codex Berolinum mitteretur, ut nostrum in usum lucis ope exprimeretur. Denique gratiae agendae sunt Maximiliano Krause Hamburgensi, qui in plagulis legendis strenuam operam edidit. Hic iam antea, consilii nostri ignarus, libros I—IV publice editos cum codice comparauerat et quintum librum e codice transscripserat. Quae ad libros I—IV idem adnotauerat, hic addere placuit.

IV. Ad codicis Leidensis quattuor libros priores.

(Errorum typothetae manifestorum,
et qui facile corriguntur, ratio habita non est.)

Ad librum primum.

P. u.

8. 1: جملة ال[مة]سير: uix recte suppleuerunt editores, cum lacunam maiorem codex praebeat (2 fere cm).

10. 10: ...ياتها: supplendum est نهاياتها: quod satis perspicue legitur. Itaque Latine pro „linea, quae..." (11, 12) scribendum est: „(breuissima) linearum, quae easdem extremitates habent."

12. 1: pro بعد legitur in codice تباعد

12. 4: pro تقدير legitur تقصير

12. 8: (غيرنا)..غير: in codice perspicue legitur غيرنا
ad u. 11: in margine atramento rubro: ... يحتاج فى ... معرفة خمسة ...
„opus est in ... ut nota sint quinque..."

12. 17: يصادر, uitiose uidetur positum esse pro يُصادر; ita codex.

12. 19: pro اقرّ legatur اقرّ

12. 20: pro احرك praebet codex اجزاك

14. 8: pro يبّن praebet codex بيان (Latine recte uertitur [15. 8] „explicatione").

14. 11: pro عللها legatur عِللها

16. 9: (l. تخلفه) تخلفه: codex praebet تخلفه

21. adn. 1: recte praebet codex مساوية pro مساو

24. 9: pro ذلك legitur ذاك

24. 10: pro اختيج legatur احتيج
pro اطساطوس legitur اطساطوس (cf. p. 119, adn. 1)

24. 21: pro قطر الدائرة legitur قطرا للدائرة

26. adn. 4: e nota Al-Kindii haec tantum legi possunt ... قال الكندى مد ...
لهذه الصناعه „Dicit al-Kindī: hoc ... pro hac disciplina."

28. adn. 5) pro بعضها legatur بعضه

30. 2: pro بيانا legitur بيّنا

30. 11: pro ذللا legatur ذلك (sicut 32. 8)

32. 18 (et 19) pro مبداء legitur مبدأ

34. 11: pro ترسيم الدائرة legitur تربيع الدائرة. Itaque pro „ambitum dati circuli inuenire (35. 9)" uertendum est „quadraturam dati circuli inuenire."

P. u.

34. 14: مُقَدِّمَة: codex praebet مُقَدَّمَة, at u. 18 sic uocales signatae sunt: المُقَدِّمَة.

36. 8: pro يعمل legitur نعمل

42. adn. 1): nota Heronis sic legitur: قال ارون المعطى خط مستقيم المطلوب مثلث متساوى الاضلاع Dixit Heron: Quod datum est, linea recta est, quod desideratur, triangulum est aequilatorum.

42. 4: supra معلوم atramento rubro legitur الصدر

46. 8: pro فليخرج legitur فلنخرج

48. 2: supra بنقطة legitur ع; supra خطّا legitur ط

48. 12: pro دذ legatur دز

52. 2: signum ع supra أطول positum est.

56. 20: pro تامّ legitur أتامّ

60. 6: pro فيما legatur فبما

74. 4: pro فمما lego فبما

78. 11: pro تتصل codex praebet يتصل

86. adn. 1) u. 1: pro هنا legitur هاهنا

100. 9: للاضلاع: sic codex; legendum est sine dubio لأضلاع

100. 12: pro ذلك legitur ذاك (sicut 24. 9)

102. adn. 1): pro الاخرى legitur الاخر

106. 4: pro تكون legitur تكن

106. 8: pro الانها legatur لانها

112. 11: pro نركب utroque loco legitur تركب

116. 4: pro خرجا legatur اخرجا

118. 1: مساويتين: sic codex; corrigendum est متساويتين.

124. 5: codex praebet لكن („ut") pro لتكن („sit").

126. 13: pro الربع legatur الرابع

130. 3: pro تفصل melius codex praebet يفصل

136. 18 et 21: pro يط codex praebet كط; itaque etiam in uersione Latina 137. u. ultimo et in 139. 3 pro I, 19 scribendum est I, 20.

138. 3: pro نبين legitur تبين; in uersione Latina pro „ergo iam demonstrauimus" (139. 9) scribendum est „ergo iam demonstratum est."

148. 18: pro وجه legatur أوجه

150. adn. 1) sic scribendum: In cod. زجط.

154. 2: (ق) debuit esse (ع); error est librarii.

154. 6: pro يلتى legatur يلقى

P. u.

158. 4: الثلث ا ب ج: sic codex; at مثلث ا ب ج corrigendum est.
180. 15: pro ه ح ز legatur د ح ز
184. 11: pro برهان codex praebet برهن
186. 10: pro فقد نبيّن legatur فقد تبيّن

Ad librum secundum.

6. 19: pro نبيّن legatur تبيّن
8. 3: in lacuna legitur بانت
13. adn. 1): pro القسين legatur القسمين
16. 16: pro يط legatur كط
26. 10: pro مجموعها codex praebet جميعها
33. adn. 2) u. 2: pro تلك legatur ذلك
36. 19: pro فنبداء legatur فنبدأ (sicut 44. 4)
38. 13: pro بقسين legatur بقسمين
40. 4: pro يبيّن legitur بيّن
40. 19: Uerba (Scr. فسطحوح) delenda sunt.
47. adn. 1): pro [قسـ]ين legatur [القسـ]ين; pro مثل legitur مثلا
53. adn. 1): pro مثل legitur مثلا
56. 1: in lacuna legenda sunt فإذ قد تبيّنت
76. 10: pro كك legendum est aut كد aut كط; ueri similius est كط (KT).

Ad librum tertium.

2. 5: pro مبيّن codex praebet يبيّن; لانّه codex in لان correxit.
4. 19: [عدا؟]ع supplendum, ut fiat عكس
6. 1: pro خطناه legatur حددناه
6. 8: pro شياء legatur شيئا
12. 1: جهدز contra codicem in جدز corrigendum est (sicut 13. 2 GDZ, non GEDZ).
18. 12: pro خط هد legatur فخط هد; u. 2 ab imo: pro الاخرى legitur الأُخَر
32. 4: pro نصل legatur نَصِل
34. u. ultimo: pro تبيّن legitur بيّن
38. 21: post فالسطح legitur اذن
76. 13: pro وترها legitur بوترها

P. u.

90. 9 et 13: pro احدمما legitur احداهما

100. 10: pro قيسا legatur قسيا

104. 10: pro ط legitur د

120. 3 ab imo: pro قسمة legatur قسمه, sicut in uersu ultimo.

186. 11: pro بحسب legitur فحسب

122. 7: صعب falso scriptum est pro صور: itaque in uersione Latina 121. 27 pro „casus difficiles" scribendum est „figuras".

144. 21: pro يرمن legatur يرمان

146. 1: pro كهثتها legatur كهيثتها

148. In margine inferiore etiam haec leguntur: وتم الحل اتضا ى سهور سنه تيجر دجرديه بعون الله تعالى و ثلط هجريه i. e. *ad finem perductum auxiliante Deo — excelsus hic est — item mensibus anni 513 post Jasdegerdum, anni fugae 539.*[1])

Ad librum quartum.

4. 4: pro الجزية legatur الجزئية

4. 18: pro فلاَنَّ recte codex praebet فلاَنَّ

4. 10: in propositione III incipit f. 52r.

14. 1: pro حدمما legatur احدمما

22. 4: pro د من آ legitur ى من آ; itaque in uersione Latina (23. 6/7) pro „Ex I, 4 [scr. 10]" scribendum est „Ex I, 10".

22. 18: Besthorn legit ح et quaesiuit ق; at ق, quod quaerebat, illud ح est, quod legere sibi uidebatur.

23. 28: in uersione Latina deleatur H.

---

[1]) Littera ـ parum clare scripta est, sed legendum esse uidetur تيج = 513. Aera Jasdegerdi initium cepit d. 16 m. Iunii a. 632 calendarii Iuliani (Fr. Spiegel, Eranische Altertumskunde, uol. III, Lips. 1878, p. 532). Annos complectebatur dierum 365 (R. Wolf, Handbuch der Astronomie, uol. I, Turici 1890, p. 602 sq.), cum annorum Iulianorum quartus quisque dierum sit 366. Quo fiebat, ut anni 513 aerae Jasdegerdi diebus 513 : 4 = 128 breuiores essent annis Iulianis 513. Itaque annus 513 aerae Jasdegerdi exitum habuit d. 8 m. Februarii a. 1145 calendarii Iuliani.

P. u.

28. 5: pro تخرج legatur تخرج

28. 6: pro اخرجت legitur خرجت

44. 2: pro ع من ا legatur ه من ا

45. 2 pro „ex I, 4" scribatur „ex I, 5".

76. 6: pro برهان legatur برهان

77. 9/10 pro „quale ... commemorauimus" scribatur „ut commemorauimus. Demonstratio eo nititur, quod (duos angulos eius etc.) ...."

78. 2: pro ولان legatur فلان

78. 15: pro جد legatur به

إعادة طبعة كوبنهاجن ١٩٣٢م

طبع في ١٠٠ نسخة

نشر بمعهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية
بفرانكفورت - جمهورية ألمانيا الاتحادية
طبع في مطبعة شتراوس، مورلنباخ، ألمانيا الاتحادية

الرياضيات الإسلامية والفلك الإسلامي

١٥

كتاب الأصول لأقليدس

ترجمة الحجاج بن يوسف بن مطر
مع شرح أبي العباس الفضل بن حاتم النيريزي

وترجمة لاتينية
لرَسْمُس أولسَن بَستْهورن ويُوهَن لُدْفِج هايبَرج

القسم ٣

١٤١٨هـ - ١٩٩٧م
معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية
في إطار جامعة فرانكفورت - جمهورية ألمانيا الاتحادية

منشورات
معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية

يصدرها
فؤاد سزكين

الرياضيات الإسلامية والفلك الإسلامي

١٥

كتاب الأصول لأقليدس
ترجمة الحجاج بن يوسف بن مطر
مع شرح أبي العباس الفضل بن حاتم النيريزي
وترجمة لاتينية
لرَسْمُس أولسَن بَستْهورن ويُوهَن لُدْفِج هايبَرج

القسم ٣

١٤١٨هـ - ١٩٩٧م
معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية
في إطار جامعة فرانكفورت - جمهورية ألمانيا الاتحادية

منشورات

معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية

سلسلة الرياضيات الإسلامية والفلك الإسلامي

المجلد ١٥